L'algèbre au temps de Babylone

Quand les mathématiques s'écrivaient sur de l'argile

Høyrup, Jens

COLLECTION « INFLEXIONS »
DIRIGÉE PAR JEAN ROSMORDUC

JENS HØYRUP

L'ALGÈBRE AU TEMPS DE BABYLONE

QUAND LES MATHÉMATIQUES S'ÉCRIVAIENT SUR DE L'ARGILE

PRÉFACE DE KARINE CHEMLA

VUIBERT · ADAPT-SNES

Également chez Vuibert

Olivier Keller,
- *Aux origines de la géométrie : le paléolithique*, préface de Denis Vialou, 240 pages
- *Une archéologie de la géométrie. La figure et le monde : peuples paysans sans écriture et premières civilisations*, préface d'Évelyne Barbin, 336 pages

Ahmed Djebbar, *L'algèbre arabe. Genèse d'un art*, préface de Bernard Maitte, coédition ADAPT/SNES, 224 pages

Évelyne Barbin (dir.), *De grands défis mathématiques d'Euclide à Condorcet*, coédition ADAPT/SNES, 224 pages

Alain Bernard, Grégory Chambon & Caroline Ehrhardt, *Le sens des nombres. Mesures, valeurs chiffrées : une approche historique*, coédition ADAPT/SNES, 160 pages

Philippe Dutarte, *Les instruments de l'astronomie ancienne, de l'Antiquité à la Renaissance*, préface d'Ahmed Djebbar, 304 pages

Sous la direction d'Évelyne Barbin et d'Anne Boyé, *François Viète. Un mathématicien sous la Renaissance*, 288 pages

Michel Blay, *Penser avec l'infini. La fécondité d'une notion mathématique et philosophique, de Giordano Bruno aux Lumières*, coédition ADAPT/SNES, 144 pages

Claudine Robert, *Contes et décomptes de la statistique. Une initiation par l'exemple*, illustré par Yves Guézou, 208 pages

Michel Soufflet, *Les mathématiques de tous les jours*, 192 pages

Lény Oumraou, *Pourquoi les mathématiques sont-elles difficiles ?*, préface de Jacques Dubucs, 224 pages

et des dizaines d'autres livres de sciences et d'histoire des sciences
www.vuibert.fr

www.vuibert.fr www.adapt.snes.edu

En couverture : Un exemple d'écriture cunéiforme sur tablette d'argile
Photo © Schutze+Rodemann/Arcaid/Corbis

Édition, relecture et correction : Adapt
Traduction, maquette et mise en page de l'auteur
Couverture : LindaSkoropad/Prescricom

ISBN Adapt 978-2-35656-016-2
ISBN Vuibert 978-2-311-00001-6

Registre de l'éditeur : MJ 545

TABLE DES MATIÈRES

Préface

Une invitation à entrer dans un monde mathématique ancien

Notre connaissance des mathématiques élaborées voici quelque quatre mille ans sur les rives du Tigre et de l'Euphrate est très récente. Ce n'est que dans la première moitié du siècle dernier que le mathématicien et historien des mathématiques Otto Neugebauer ainsi que l'assyriologue Thureau-Dangin ont fait émerger un continent insoupçonné de savoirs mathématiques, en parvenant à déchiffrer des tablettes exhumées au cours des décennies antérieures lors de fouilles archéologiques en Mésopotamie – c'est-à-dire, en gros, dans l'Irak contemporain. Les deux érudits ont en particulier établi, dans les années 1930, que le $b^2 - 4ac$ qui accompagne aujourd'hui le trajet scolaire de tout un chacun avait eu depuis bien longtemps une forme d'existence dans les tablettes cunéiformes. Les scribes anciens nous ont en effet laissé des tablettes qui posaient systématiquement des problèmes où l'on peut reconnaître des équations quadratiques, et ils les résolvaient non moins systématiquement en recourant à un équivalent du $b^2 - 4ac$ qui nous est familier. C'est depuis lors que l'on parle d'« algèbre babylonienne ».

Pour interpréter lesdites tablettes, Neugebauer et Thureau-Dangin se sont appuyés sur les connaissances mathématiques dont ils disposaient. Il n'y a là rien que de bien normal. L'historien mobilise toujours ses savoirs propres, mathématiques entre autres, au cours d'un travail d'exégèse. C'est sur cette base que Neugebauer et Thureau-Dangin ont pu percevoir, dans les textes en question, l'énoncé d'équations et leur résolution numérique à l'aide de suites d'opérations arithmétiques portant sur les données des problèmes et correspondant aux formules bien connues.

Dire que des savoir présents entrent toujours dans la manière dont nous comprenons les écrits du passé, c'est aussi dire que toute évolution de nos connaissances mathématiques est susceptible de provoquer une mutation dans notre interprétation des textes anciens. C'est bien ce qui se produisit dans les années 1970 à propos des tablettes babyloniennes. Avec la multiplication des ordinateurs, l'intérêt pour les algorithmes a crû de façon notable en mathématiques. Dans ce contexte, la réflexion sur cette forme de pratique des mathématiques a mûri, et l'un des acteurs majeurs du développement de l'algorithmique, Donald Knuth, a proposé de relire les tablettes mésopotamiennes comme de premiers témoins de l'écriture d'algorithmes*. Il a depuis fait école dans l'historiographie des mathématiques de l'Antiquité.

C'est à partir de tout autres bases que Jens Høyrup a conçu une nouvelle approche des textes cunéiformes. Sa démarche fait écho aux exigences qui se sont élaborées en histoire des sciences au cours des dernières décennies et qui ont accompagné la professionnalisation de cette discipline. L'histoire des sciences s'est constitué comme domaine d'intérêt au XIXe siècle du fait, pour l'essentiel, des travaux d'amateurs éclairés. La première période fut une période de moissons, visant à établir les textes du passé et à repérer les innovations en vue de produire une chronique des progrès. Les limites de cette approche se sont manifestées de toutes parts, ce n'est pas ici le lieu d'en proposer une analyse. Disons simplement que les historiens ont été de ce fait conduits à privilégier aujourd'hui certaines questions et méthodes spécifiques.

Je retiendrai de ce processus de maturation de l'histoire des sciences une exigence essentielle qui s'est imposée et qui permet de situer l'approche des tablettes babyloniennes que Høyrup a développée, renouvelant ainsi en profondeur notre lecture de ces textes. Les historiens des sciences ne se contentent plus, en effet, d'établir le fait qu'un collectif humain savait « que ». Ils ont saisi l'importance de comprendre « comment » ce collectif humain savait « que ». On peut interpréter ce « comment » de bien des manières. J'en illustrerai quelques-unes en dégageant les traits saillants du travail de Jens Høyrup.

Que les tablettes babyloniennes manifestent une connaissance de la résolution des équations quadratiques, c'était hier un résultat. Ce n'est plus aujourd'hui, pour un historien comme Jens Høyrup, qu'un point de départ. Il s'étonne, dans un premier temps, que les interprètes contemporains glosent des termes différents employés par les scribes comme renvoyant à une même opération arithmétique. Il s'attelle dès lors à comprendre les subtilités de la langue technique à l'aide de laquelle les algorithmes sont consignés dans les textes. Ce travail d'analyse terminologique l'amène à établir un fait majeur : les termes en question ne renvoient pas seulement à des opérations arithmétiques, comme une première lecture en avait fait l'hypothèse, mais ils indiquent *dans le même temps* des manipulations à pratiquer sur un support graphique.

Ce résultat est essentiel à plus d'un titre. Il nous permet de comprendre que les textes cunéiformes ne sont pas de pures prescriptions, mais qu'ils rendent compte aussi bien – et par le même énoncé – des raisons pour lesquelles les opérations sont employées. Notre perception de la nature de ces écrits comme textes techniques s'en trouve profondément modifiée tout comme l'est notre compréhension de l'activité intellectuelle qui a produit ces textes et qui permet de les employer. Par ailleurs, en nous appuyant sur cette nouvelle interprétation, nous pouvons percevoir, en creux, par delà les tablettes babyloniennes, des éléments du dispositif de travail au sein duquel les scribes pratiquaient les mathématiques. Ce sont ces éléments qui ont par suite incité Jens Høyrup à se lancer à la recherche des indices qui permettraient de préciser la nature des supports graphiques qu'utilisaient les scribes.

De tout cela, il ne ressort pas une simple description de la manière dont les praticiens travaillaient les mathématiques. Nous disposons désormais d'outils d'interprétations qui nous permettent de tirer plus

* L'ouvrage phare des débuts de l'algorithmique est dû à D. Knuth : Donald Knuth, *The art of computer programming* (Reading, Mass., 1968). D. Knuth a analysé les particularités des textes mésopotamiens du point de vue de l'écriture d'algorithmes dans Donald Knuth, "Ancient Babylonian Algorithms", *Communications of the ACM* 15 (1972), Donald Knuth, "Ancient Babylonian Algorithms", *Communications of the ACM* 19 (1976). Signalons que cette transformation de notre interprétation des textes anciens ne s'est pas limitée aux tablettes mésopotamiennes, puisque sous l'influence de D. Knuth, le mathématicien Wu Wenjun proposait une nouvelle approche des écrits mathématiques de la Chine ancienne depuis la même perspective.

amplement parti des traces écrites qui sont parvenues jusqu'à nous. Nous comprenons mieux la nature des « équations » résolues à Babylone et la forme spécifique d'algèbre cultivée voici quatre mille ans dans le croissant fertile.

Un monde ancien qui avait disparu ressurgit un peu plus du néant. Un monde qui nous aide à percevoir la bigarrure des pratiques mathématiques et dans lequel nos mathématiques trouvent l'une de leurs racines.

Nous sommes redevables à Jens Høyrup de nous avoir restitué pour partie ce monde. Il a distillé des décennies de recherches sur ces tablettes pour en nous offrir l'essence dans ce livre qu'il a voulu accessible au plus grand nombre. Saisissons cette invitation à voyager par les mathématiques. Saisissons cette opportunité de comprendre comment une mathématique peut être ni tout à fait la même que la « nôtre », ni tout à fait une autre.

Karine Chemla
REHSEIS–SPHERE (UMR 7219, CNRS & Université Paris Diderot)

Avant-propos

Ce livre décrit un aspect important des mathématiques babyloniennes, à savoir, ce que l'on a coutume d'appeler « l'algèbre babylonienne ». Cette « algèbre » constitue le premier exemple de mathématique avancée qui nous est parvenue, et en conséquence elle est traitée dans la grande majorité des exposés généraux de l'histoire des mathématiques. Pourtant, ces exposés reposent presque systématiquement sur des traductions et des interprétations qui datent des années 1930. Au contraire, ce livre s'appuie sur les recherches des dernières décennies.

L'interprétation traditionnelle permettait de dresser la liste des résultats obtenus par les Babyloniens ; des calculs qu'ils pouvaient faire ; et, pour ainsi dire, des formules qu'ils connaissaient. Mais comme elle partait de la pensée mathématique contemporaine, elle ne permettait pas de reconstituer la pensée mathématique *différente* qui se cachait derrière les résultats babyloniens. Le but de ce livre est de mettre en valeur cette différence, et donc de montrer que *les mathématiques peuvent être pensées de plusieurs manières*.

La version originale du livre fut écrite pour les élèves du lycée danois en 1998. Cette version revue et traduite s'adresse en premier lieu à ceux qui s'intéressent à l'histoire des mathématiques même s'ils n'ont pas de connaissances mathématiques au-delà de ce qu'ils ont appris au lycée. Les enseignants peuvent l'utiliser avec les élèves sur plusieurs niveaux.

Pour une première approche on peut se concentrer sur l'équation du premier degré TMS XVI n° 1, puis sur les équations fondamentales du second degré, c'est-à-dire BM 13901 n° 1 et 2, YBC 6967 et TMS IX n^{os} 1 et 2. L'introduction, puis les chapitres 5 à 7 donnent une approche plus générale.

Pour un approfondissement on lira en outre les autres textes du chapitre 1 et du chapitre 2, et du chapitre 3 les textes TMS IX n° 3, AO 8862 n° 2, BM 13901 n° 23 et YBC 6504 n° 4.

Les passionnés peuvent étudier tous les textes des chapitres 1 à 4 et en sus tester leur compréhension sur les textes de l'« Appendice A ».

Ceux qui connaissent déjà les rudiments de la langue babylonienne trouveront dans l'« Appendice B » les translittérations de la plupart des textes traduites dans les chapitres 1 à 4 et 10.

Je remercie Michel Olsen, Cécile Michel, Christine Proust et Annie Audoux pour avoir poli mon français. Vu la complexité de mon texte et les déviations par rapport au bon usage nécessaires dans les traductions du babylonien, assumer la responsabilité pour les problèmes qui restent n'est pas une déclaration de pure forme. Je remercie en outre Christine Proust pour m'avoir sauvé de quelques erreurs substantielles.

Je rends grâce au British Museum pour la permission de reproduire la tablette BM 15285 (page 100) et la Bibliothèque Nationale de France pour avoir mis à ma disposition les photographies des deux tablettes reproduites aux pages 4 et 102.

Introduction

Problème et outils nécessaires

« Une mathématique inapplicable »

Vers la fin des années 1970, l'Union danoise des enseignants de mathématiques (de l'école prélycéenne) a fait une demande délicate à ses membres : trouver une application des équations du second degré à un sujet familier à leurs élèves.

Un des membres a réussi à trouver une telle application : le rapport entre le temps écoulé et le nombre inscrit sur le compteur d'un lecteur de cassettes (donc une application à un appareil qui a disparu de l'horizon des élèves d'aujourd'hui !). Ce serait la seule réponse.

Bien des élèves seraient certainement étonnés de découvrir que même le prof ne sait pas à quoi sert l'équation du second degré. Bien des élèves et beaucoup de leurs professeurs seront non moins stupéfaits de savoir qu'on enseigne ces équations depuis 1800 avant notre ère sans pour autant connaître des applications auxquelles les élèves peuvent se référer – voire même, pendant les premiers deux millénaires et demi, sans en connaître aucune application *du tout* (c'est seulement vers 700 que les astronomes persans et arabes commencèrent *peut-être* à les utiliser dans les calculs trigonométriques).

Nous retournerons à la question : pourquoi a-t-on enseigné, et enseigne-t-on encore, les équations du second degré ? D'abord nous allons pourtant voir comment se présentaient les premières équations du second degré, quelques équations du premier degré et une équation cubique, et examiner leurs solutions. Nous devons garder à l'esprit qu'en dépit de l'aspect apparemment pratique de certains des problèmes (qui parfois traitent de questions commerciales, de rampes de fortification, de mesures de champs), le contenu mathématique est toujours « pur », c'est-à-dire qu'il relève d'une mathématique qui n'a aucune application immédiate en dehors des mathématiques.

Rudiments d'histoire générale

Mésopotamie (« Le pays entre les fleuves ») désigne depuis l'Antiquité la région autour des deux grandes fleuves l'Euphrate et le Tigre – soit à peu près l'Iraq de nos jours. Autour de 3500 avant notre ère la mer s'était assez retirée pour permettre une agriculture de grande échelle basée sur l'irrigation artificielle au sud de la région, et en peu de temps se développa la première « civilisation », c'est-à-dire une société centrée autour de villes et organisée comme État. Le noyau autour duquel se formait l'État était constitué par les grands temples et leur clergé, et à l'usage de leur comptabilité ce clergé inventa la première écriture (voir l'encadré « L'écriture cunéiforme », page 4).

La première écriture était purement idéographique (un peu comme le symbolisme mathématique moderne, où une expression comme $E = mc^2$ peut être expliquée ou même prononcée en une langue quelconque mais ne nous permet pas de déterminer la langue dans laquelle pensait Einstein). Mais dans la première moitié du troisième millénaire l'écriture change de caractère, utilisant aussi des compléments phonétiques, et aux environs de 2700 avant notre ère la langue écrite est clairement sumérienne. Depuis cette époque-là, et jusqu'aux environs de 2350 avant notre ère, la région est partagée entre une dizaine de cités-États, souvent en guerre les unes avec les autres pour les ressources d'eau. Pour cette raison, la structure de l'État se transforme, et un roi – le chef de guerre – déplace les temples comme centre du pouvoir. À partir de 2600 avant notre ère une spécialisation professionnelle émerge, liée à l'amplification de l'emploi de l'écriture. La comptabilité n'est plus seulement l'apanage des hauts fonctionnaires du temple et du roi. Une nouvelle *profession*, les scribes, éduqués en école, s'occupe de cela.

Vers 2340 avant notre ère, un conquérant akkadophone soumis toute la Mésopotamie (l'akkadien est une langue sémitique, de la même famille que l'arabe et l'hébreu, et amplement présent dans la région au moins à partir de 2600). L'État régional akkadien dura jusque vers 2200, après quoi suivit un siècle de compétition entre cités-États. Vers 2100 avant notre ère la cité-État d'Ur s'établit comme centre d'un nouvel État régional centralisé, dont la langue officielle était encore le sumérien (tandis que la langue généralement parlée, même par les rois, était probablement l'akkadien). Cet État « néo-sumérien » était hautement bureaucratisé (peut-être plus qu'aucun autre État dans l'histoire avant l'arrivée des ordinateurs), et il semble que le système de numération par position ait été créé en réponse aux besoins qu'avait la bureaucratie de méthodes commodes de calcul (voir l'encadré « Le système sexagésimal », page 7).

À la longue, les coûts de la bureaucratie étaient trop élevés, et vers 2000 commence une nouvelle phase de petits États. Après deux siècles, survient une nouvelle phase de centralisation autour de la ville de Babylone. Alors (mais peut-être depuis des siècles), le sumérien était définitivement une langue morte et l'akkadien la langue principale – dans le sud et au centre avec son dialecte *babylonien*, au nord avec son dialecte assyrien. Néanmoins, le sumérien survécut dans le milieu des scribes savants – un peu comme le latin en Europe – aussi longtemps que l'existence de l'écriture cunéiforme, c'est-à-dire jusqu'au premier siècle de notre ère.

La période de 2000 jusqu'à l'effondrement définitif du pouvoir central babylonien en 1600 est appelée traditionnellement l'époque « paléo-babylonienne ». Tous les textes analysés dans cet ouvrage datent de sa seconde moitié, 1800–1600 avant notre ère.

La première algèbre, et la première interprétation

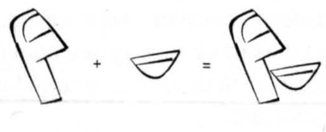
Avant de parler d'algèbre on devrait en principe savoir ce qu'on entend par ce mot. Mais, pour le moment laissons cette question ; nous y reviendrons vers la fin du livre. Tout ce qu'il nous faut savoir pour le moment, c'est qu'en algèbre on peut être amené à résoudre un problème par l'intermédiaire d'équations.

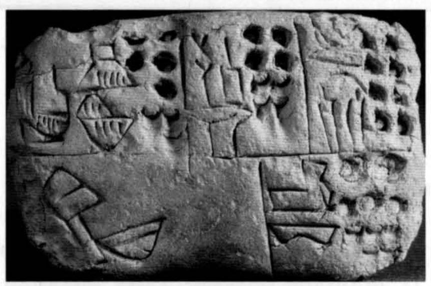
Figure 1. La version cunéiforme du problème BM 13901 n° 1

En effet, quand des historiens des mathématiques découvrirent vers la fin des années 1920 que certains textes cunéiformes (voir l'encadré « L'écriture cunéiforme », page 4) contiennent des problèmes « d'algèbre » du second degré, ils crurent connaître le sens du mot.

L'écriture cunéiforme

Dès les débuts de l'écriture mésopotamienne, le support utilisé consiste en une plaquette d'argile aplatie, séchée à l'air après l'inscription (une « tablette »). Au IV^{e} millénaire, les signes consistaient en dessins tracés à l'aide d'un stylet pointu, normalement des desseins d'objets identifiables, représentant des concepts simples; les concepts complexes pouvaient être exprimés par une combinaison de signes simples – par exemple, la combinaison des signes de la tête et du bol contenant la ration journalière de grain d'un ouvrier signifiait « allocation de grain » (et plus tard « manger »). Les signes pour les nombres et les mesures, pourtant, étaient produits par impression verticale ou oblique d'un stylet cylindrique.





Avec le temps, l'écriture changea de caractère à double titre. D'abord, au lieu de tracer des signes aux formes courbes, on les imprima avec un stylet à arêtes vifs, les courbes étant décomposées en une succession de segments de droites. Ainsi, les signes semblent être composés de petits coins ou clous (d'où le nom « écriture cunéiforme »). Dans la deuxième moitié du III^{e} millénaire, les signes numériques et métrologiques furent également produits de cette manière.

Graduellement, les signes cunéiformes devinrent de plus en plus stylisés, et perdirent leur aspect figuratif ; il n'est alors plus possible de deviner le dessin sous-jacent sans connaître l'évolution historique d'un signe. Jusque vers 2000 avant notre ère, les variations des signes d'un scribe à l'autre montrent cependant que ceux-ci connaissaient les dessins originaux. Considérons par exemple le signe représentant à l'origine un vase avec un bec verseur (à gauche). Au milieu nous avons trois formes de ce signe au III^{e} millénaire (parce que les signes ont effectué un quart de tour vers la gauche au II^{e} millénaire, les formes du III^{e} millénaire sont orientées de même). Si l'on sait ce qu'ils doivent représenter, il est encore facile de les reconnaître. À

droite nous avons deux variantes paléo-babyloniennes ; le signe n'est désormais plus reconnaissable.

L'autre changement concerne l'emploi des signes. Le mot sumérien pour le vase est DUG. Alors que divers genres littéraires se développèrent à côté de la comptabilité (par exemple, les inscriptions royales, les contrats et les collections de proverbes), les scribes eurent besoin d'écrire aussi des syllabes servant comme éléments de déclinaison ou dans les noms propres. Ce système syllabique servit aussi à la notation de l'akkadien. On a donc commencé à utiliser les signes pour leur valeur phonétique approximative ; ainsi, le « vase » peut rendre les syllabes *dug*, *duk*, *tug* et *tuk*. Dans l'écriture babylonienne, le signe sumérien peut aussi servir de « logogramme » pour un mot qui signifie la même chose que DUG – à savoir *karpātum*.

Les mots qui doivent être lus comme des logogrammes ou en sumérien sont transcrits en PETITES CAPITALES ; les spécialistes (cf. l'appendice B) distinguent encore les mots sumériens dont on pense connaître la valeur phonétique, écrits en c a r a c t è r e s e s p a c é s, et ceux rendus par leur « nom de signe » correspondant à une lecture possible, écrits en PETITES CAPITALES. L'écriture phonétique akkadienne est transcrite en *caractères italiques*.

Acceptons-le, pour entrer dans leur pensée, et regardons un exemple très simple extrait d'une tablette datant du XVIII^{e} siècle avant notre ère dans la translittération que les assyriologues utilisent d'habitude ; pour la fonction des italiques et des petites capitales, voir page 20 et l'encadré « L'écriture cunéiforme », page 4 (la figure 1 est la version cunéiforme du texte) :

1. A.ŠÀ$^{l[am]}$ *ù mi-it-ḫar-ti ak-m*[*ur-m*]*a* 45-E 1 *wa-ṣi-tam*
2. *ta-ša-ka-an ba-ma-at* 1 *te-ḫe-pe* [3]0 *ù* 30 *tu-uš-ta-kal*
3. 15 *a-na* 45 *tu-ṣa-ab-ma* 1-$_{[}$E] 1 ÍB.SI$_{8}$ 30 *ša tu-uš-ta-ki-lu*
4. *lìb-ba* 1 *ta-na-sà-aḫ-ma* 30 *mi-it-ḫar-tum*

Cela peut paraître compliqué pour le lecteur, mais pour les pionniers c'était presque aussi compliqué. Quatre-vingts ans plus tard on a compris la terminologie technique des textes mathématiques babyloniennes ; mais en 1928 on ne l'avait pas encore déchiffrée, et il fallait prendre les nombres contenus dans le texte pour point de départ.

C'est ce qui a été fait[1]. On savait déjà que les nombres étaient écrits dans un système positionnel à base 60, mais sans indication de la position de la « virgule » (voir l'encadré « Le système sexagésimal », page 7). Nous présupposons qu'il y a des liens entre les nombres qui apparaissent dans le texte, et qu'ils sont au moins approximativement du même ordre de grandeur (rappelons que « 1 » peut signifier 1 aussi bien que 60 et $\frac{1}{60}$). Nous pouvons donc essayer de donner un sens à ces nombres dans l'ordre suivant :

45′ (= $\frac{3}{4}$) — 1° — 1° — 30′ (= $\frac{1}{2}$) — 30′ — 15′ (= $\frac{1}{4}$) —
45′ — 1° — 1° — 30′ — 1° — 30′.

Pour progresser, il faut faire preuve d'imagination et penser à l'équation :

$$x^2 + 1\cdot x = \tfrac{3}{4}\ .$$

Nous savons la résoudre aujourd'hui (en évitant les nombres négatifs, une invention moderne) :

$$\begin{aligned} x^2 + 1\cdot x = \tfrac{3}{4} \quad &\Leftrightarrow x^2 + 1\cdot x + (\tfrac{1}{2})^2 = \tfrac{3}{4} + (\tfrac{1}{2})^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 1\cdot x + (\tfrac{1}{2})^2 = \tfrac{3}{4} + \tfrac{1}{4} = 1 \\ &\Leftrightarrow (x + \tfrac{1}{2})^2 = 1 \\ &\Leftrightarrow x + \tfrac{1}{2} = \sqrt{1} = 1 \\ &\Leftrightarrow x = 1 - \tfrac{1}{2} = \tfrac{1}{2}\ . \end{aligned}$$

La méthode est basée sur l'ajout, aux deux membres de l'égalité, du carré de la moitié du coefficient de x – ici $(\frac{1}{2})^2$. Dès lors, le premier membre peut être réécrit comme le carré d'un binôme :

$$x^2 + 1\cdot x + (\tfrac{1}{2})^2 = x^2 + 2\cdot\tfrac{1}{2}\cdot x + (\tfrac{1}{2})^2 = (x + \tfrac{1}{2})^2\ .$$

Cette petite astuce s'appelle le « complément quadratique ».

---

[1] Pourtant, autour de 1930 on a dû commencer avec des textes beaucoup plus difficiles que celui que nous avons sous les yeux ; ce texte-ci ne fut découvert qu'en 1936. Mais les principes étaient les mêmes.
Ceux qui ont commencé à partir de 1928 étaient, principalement, Otto Neugebauer, historien des mathématiques et de l'astronomie antique, et l'assyriologue François Thureau-Dangin.

Le système sexagésimal

Les textes mathématiques babyloniens font usage d'un système de numération « positionnel » à base 60, sans indication de la « virgule sexagésimale ». Dans notre système, positionnel lui aussi, le chiffre « 1 » peut certainement représenter le nombre 1, mais aussi les nombres 10 ; 100 ; ... ; 0,1 ; 0,01 ; .... Sa valeur est déterminée par la distance à la virgule.

Quand le scribe babylonien écrit « 45 », cela peut signifier 45 ; mais aussi $\frac{45}{60}$ (donc $\frac{3}{4}$) ; 45·60 ; etc. Aucune virgule ne détermine une valeur « vraie ». Ce système rappelle la règle à calcul que les ingénieurs utilisaient avant l'arrivée de la calculatrice électronique de poche. Elle aussi était dépourvue de virgule, et donc n'indiquait pas d'ordre de grandeur absolu. Pour savoir si une construction nécessitait 3,5 m^3, 35 m^3 ou bien 350 m^3 de béton, l'ingénieur avait recours au calcul mental.

Pour écrire les nombres de 1 à 59, les Babyloniens se servaient d'un « clou » vertical (𒁹), répété jusqu'à 9 fois en arrangements fixes, pour les nombres 1 à 9, et d'un « chevron » (𒌋) répété jusqu'à 5 fois pour les nombres de 10 à 50.

Le lecteur moderne n'est pas habitué à lire des nombres dont l'ordre de grandeur est indéterminé. Les traductions indiquent donc généralement l'ordre de grandeur qu'il faut attribuer aux nombres. Il y a plusieurs manières de le faire. Dans cet ouvrage, nous allons employer une généralisation de la notation en degrés, minutes et secondes. Si le nombre 𒌋𒐙 signifie $\frac{15}{60}$, nous le traduirons 15′, s'il correspond à $\frac{15}{60\cdot 60}$, nous écrirons 15″. S'il représente 15·60, nous écrirons 15`, etc. S'il représente 15, nous écrirons 15 ou, si cela est nécessaire pour éviter des malentendus, 15°. 𒌋𒐙 compris comme $10+5\cdot 60^{-1}$ sera donc traduit 10°5′.

- compris comme 30′ signifie donc $\frac{1}{2}$.
- compris comme 45′ signifie $\frac{3}{4}$.
- compris comme 12′ signifie $\frac{1}{5}$; compris comme 12` il signifie 720.
- compris comme 10′ signifie $\frac{1}{6}$.
- peut signifier 16`40 = 1000 ou 16°40′ = 16$\frac{2}{3}$, etc.
- peut signifier 1`40 = 100, 1°40′ = 1$\frac{2}{3}$, 1′40″ = $\frac{1}{36}$, etc.

En dehors de l'école, les Babyloniens utilisaient le système positionnel seulement pour les calculs intermédiaires (exactement comme un ingénieur il y a 50 ans utilisait sa règle à calcul). Quand ils avaient à insérer le résultat dans un compte ou un contrat, ils ne pouvaient évidemment pas se permettre une lecture ambiguë ; d'autres notations leur permettaient d'être précis.

En mettant le vieux texte et la résolution moderne de l'équation en parallèle, nous observons les mêmes nombres dans presque le même ordre. Cette découverte vaut non seulement pour ce texte-ci mais pour un grand nombre d'autres textes. À partir des premières années 1930, les historiens des mathématiques étaient donc convaincus que les scribes babyloniens, d'entre 1800 et 1600 avant notre ère, connaissaient quelque chose de très similaire à notre algèbre d'équations. Cette période constitue la seconde moitié de ce qu'on appelle « l'époque paléo-babylonienne » (voir l'encadré « Rudiments d'histoire générale », page 3).

Il fallait ensuite interpréter le sens précis des textes. Dans une certaine mesure, la signification courante et non technique de leur vocabulaire pouvait aider. À la ligne 1 du problème de la page 5, *ak-mur* peut être traduit par « j'ai empilé ». L'interprétation de « l'empilage » de deux nombres comme une addition semble naturelle, et s'accorde bien avec le fait que l'« empilage » de 45′ et 15′ (c'est-à-dire $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{4}$) correspond à 1. Quand dans d'autres textes on lit qu'ils « élèvent » (*našûm*) une grandeur à une autre, c'est moins facile ; pourtant, on peut remarquer que « l'élévation » de 3 à 4 produit 12, et que 5 « élevé » à 6 produit 30, et ainsi deviner qu'il s'agit d'une multiplication.

Selon cette méthode, les savants des années 1930 ont opté pour une interprétation purement arithmétique des opérations – c'est-à-dire comme des additions, des soustractions, des multiplications et des divisions *de nombres*. En témoigne cette traduction[2] :

1. J'ai additionné la surface et (le côté de) mon carré : 45′.
2. Tu poseras 1°, l'*unité*. Tu fractionneras en deux 1° : 30′. Tu multiplieras (entre eux) [30′] et 30′ :
3. 15′. Tu ajouteras 15′ à 45′ : 1°. 1° est le carré de 1°. 30′, que tu as multiplié (avec lui-même),
4. de 1° tu soustrairas : 30′ est le (côté du) carré.

[2] Cette traduction est celle de François Thureau-Dangin. Celle de Otto Neugebauer est équivalente sauf sur un point : là où Thureau-Dangin traduit « 1°, l'*unité* », Neugebauer préfère « 1, le coefficient ».

Aujourd'hui, on trouve encore de telles traductions dans les histoires générales des mathématiques. Cette interprétation explique bien les nombres qu'on trouve dans les textes, et elle donne une image presque moderne des méthodes babyloniennes. La distance n'est pas grande entre cette traduction et la résolution à l'aide d'équations présentée à la page 6. Si le côté du carré est x, alors l'aire est égale à x^2. En conséquence, la première ligne du texte – le problème à résoudre – correspond à l'équation $x^2 + 1 \cdot x = \frac{3}{4}$. En continuant la lecture de cette traduction nous trouverons qu'elle suit pas à pas la résolution de l'équation donnée à la page 6.

Pourtant, si cette traduction et les autres traductions faites selon les mêmes principes expliquent bien les nombres qu'on trouve dans les textes babyloniens, elles s'accordent moins bien avec les mots et avec l'enchaînement des opérations. Tout d'abord, ces traductions ne prennent pas en compte la terminologie géométrique des textes mais supposent que des mots et des expressions, comme « (le côté de) mon carré », « longueur », « largeur » et « aire » d'un rectangle, ne dénotent que des nombres inconnus et leurs produits. Pour les chercheurs des années 1930, il faut l'admettre, cela ne semblait pas impossible *a priori*, puisque nous aussi nous parlons de 3^2 comme le « carré de 3 » sans penser à un quadrilatère.

Toutefois, ces traductions posent d'autres problèmes. Le plus important d'entre eux est peut-être que le nombre d'opérations est trop grand. Par exemple, il y a deux opérations qui dans l'interprétation traditionnelle deviennent des additions : « ajouter à » (*waṣābum*/DAḪ, infinitif d'où vient la forme *tu-ṣa-ab* du texte) et « empiler » (*kamārum*/GAR.GAR, d'où *ak-mur* du texte). Tous les deux figurent donc dans notre texte : « l'empilage » à la ligne 1 (Thureau-Dangin le traduit par « additionner »), « l'ajout » à la ligne 3.

Nous aussi, c'est vrai, connaissons des synonymes. Thureau-Dangin, comme nous le voyons, les utilise dans sa traduction ; mais pour lui il ne s'agit que de synonymes, où le choix d'un mot ou de l'autre peut dépendre du style employé, de nos habitudes personnelles, des nos attentes relatives aux habitudes de l'interlocuteur, etc. De tels synonymes existent aussi dans la terminologie mathématique babylonienne. Ainsi, les verbes « arracher » (*nasāḫum*/ZI) et « retrancher » (*ḫarāṣum*/KUD) désignent la même opération soustractive : ces deux termes peuvent être employés dans des situations strictement analogues. La différence entre « ajouter » et « empiler » a pourtant une autre caractéristique. Pas un seul texte ne désigne le complément quadratique (voir ci-dessus, page 6) comme un « empilage ». En revanche, « l'empilage » est l'opération d'usage quand il s'agit de faire la somme d'une aire et d'un côté. Il s'agit donc de deux opérations distinctes, et non pas de deux noms différents pour désigner la même opération. De même, il existe deux « soustractions », quatre « multiplications », et même deux « moitiés » différentes. Nous reviendrons sur cette question.

Une traduction qui confond des opérations qui étaient distinctes pour les Babyloniens peut expliquer comment les calculs des Babyloniens menaient à des résultats corrects. Mais elle ne permet pas de percer leur pensée mathématique.

De plus ces traductions ont tendance à sauter certains mots dès lors qu'ils semblent privés de sens. Par exemple, une traduction plus fidèle de la dernière ligne de notre petit problème devrait commencer par « *de l'intérieur* de 1° » (voire « du cœur » ou « des entrailles »). Les traductions usuelles omettent « de l'intérieur » parce qu'il est impossible de voir le rôle d'un « intérieur » dans une interprétation purement arithmétique des opérations.

D'autres mots sont traduits d'une manière tellement éloignée de leur sens propre qu'ils doivent éveiller les soupçons. Normalement, le mot traduit « unité » par Thureau-Dangin et « coefficient » par Neugebauer (*waṣītum*, du verbe *waṣûm*, « sortir ») devrait désigner quelque chose qui saillit, comme ce que les architectes, par exemple, désignent le « forjet » d'un bâtiment. Cela paru sans doute absurde – comment le nombre 1 peut-il saillir ? Les traducteurs préférèrent donc penser que le sens du mot devait correspondre à quelque notion familière aux mathématiciens d'aujourd'hui.

Finalement, l'ordre dans lequel sont effectuées les opérations est parfois différent de celui qui semble naturel dans l'interprétation arithmétique.

Malgré toutes ces observations, l'interprétation de ces textes faite dans les années 1930 apparaît comme une vraie prouesse, et reste une « première approximation » excellente. Les historiens qui en furent à l'origine n'avaient pas d'autre prétention. D'autres cependant, même

les historiens des mathématiques, considérèrent qu'il s'agissait là de l'unique et véritable interprétation de « l'algèbre » babylonienne, tellement convaincants étaient les résultats des pionniers, et tellement effrayante la perspective de devoir lire les textes dans la langue originale babylonienne. Jusqu'aux années 1980, personne n'a remarqué que certains synonymes apparents représentaient des opérations distinctes[3].

Une nouvelle interprétation

Comme nous l'avons vu, l'interprétation arithmétique ne réussit pas à rendre compte des mots que les Babyloniens eux-mêmes employaient pour décrire leurs procédures. D'abord, elle confond des opérations qui pour les Babyloniens étaient distinctes ; ensuite, elle se base sur des calculs dont l'ordre ne correspond pas toujours à celui des opérations babyloniennes. Strictement parlant, elle ne représente donc pas une interprétation mais plutôt un contrôle de la justesse des méthodes babyloniennes basé sur des techniques modernes.

Une interprétation véritable – une lecture de ce que pensaient et faisaient réellement les calculateurs babyloniens – doit tenir compte de deux choses : d'une part, des résultats obtenus lors de la « première approximation » effectués par les savants dans les années 1930 ; d'autre part, des niveaux des textes négligés alors dans le but de produire cette première approximation.

Dans les chapitres qui suivent nous allons analyser une suite de problèmes selon une traduction correspondant à une telle interprétation. D'abord, il convient de donner quelques informations générales.

[3] Sauf, peut-être, Neugebauer, qui, une fois, observe (à juste titre) qu'un texte utilise une multiplication erronée.

Représentation et « variables »

Dans notre algèbre nous notons x et y comme substituts ou noms de *nombres* inconnus. Évidemment nous utilisons cette algèbre pour résoudre beaucoup de problèmes qui concernent d'autres grandeurs telles que des prix, des distances, des densités d'énergie, etc. ; mais dans tout ces cas, nous considérons ces autres grandeurs comme représentées par des nombres. Pour nous, les nombres constituent la *représentation fondamentale*.

Pour les Babyloniens, la représentation fondamentale était géométrique. La plupart de leurs problèmes « algébriques » concernent des rectangles avec longueur, largeur et aire[4], ou des carrés avec côté et aire. C'est vrai que nous allons rencontrer un problème (YBC 6967, page 46) qui traite de deux *nombres* inconnus, mais puisqu'il cite leur produit comme une « surface » il est clair que ces nombres sont *représentés* par les côtés d'un rectangle.

Une caractéristique importante de la géométrie babylonienne lui permet de servir de représentation « algébrique » : elle traite toujours de grandeurs *mesurées*. La mesure de ses segments et de ses aires peut être traitée comme *inconnue* – mais même dans ce cas elle existe comme mesure numérique, et le problème consiste à en trouver la valeur.

Les unités

Toute opération de mesurage présuppose l'existence d'une métrologie, d'un système d'unités de mesure : les nombres qui en résultent sont des nombres concrets. Cela ne se voit pas directement dans le problème cité ci-dessus à la page 8, et en général rarement dans les textes mathématiques, parce que ceux-là utilisent le système de position (sauf, exceptionnellement, dans l'énonciation des données

---

[4] Pour être précis, le terme traduit comme « longueur » signifie quelque chose comme « distance »/« extension »/« longueur », tandis que celui qui est traduit « largeur » signifie « front »/« tête ». Ils font référence à l'idée d'un champ irrigué long et étroit.
Ci-après les deux termes seront traduits « longueur » et « front ».

ou du résultat). Dans ce système, toutes les grandeurs de même nature sont mesurées dans une unité étalon qui (sauf à de très rares exceptions) est sous-entendue.

L'unité étalon pour les longueurs horizontales était le NINDAN, une « perche » longue approximativement de 6 m[5]. Dans notre problème, le côté du carré est donc de $\frac{1}{2}$ NINDAN, c'est-à-dire approximativement 3 m. Pour les longueurs verticales (les hauteurs et les profondeurs), par contre, l'unité étalon était le KÙŠ, la « coudée » de $\frac{1}{12}$ NINDAN (donc environ 50 cm).

L'unité étalon pour les aires était le SAR, égal à 1 NINDAN^2. L'unité étalon des volumes portait le même nom : on imaginait une base de 1 NINDAN^2 ayant une épaisseur standard de 1 KÙŠ. Dans l'agriculture, on se servait d'une unité mieux adaptée, le BÙR, égal à 30` SAR, environ 6½ hectares.

L'unité étalon des *capacités* (utilisée pour des produits conservés dans des vases, comme le grain et l'huile) était le SÌLA, un peu moins d'un litre. Dans la pratique, on utilisait souvent des unités plus grandes, 1 BÁN = 10 SÌLA, 1 PI = 1` SÌLA et 1 GUR = 5` SÌLA.

Finalement, l'unité étalon pour les poids était le *sicle*, environ 8 g. Les unités plus grandes étaient la *mine*, égale à 1` sicle (donc proche de l'ancienne *livre*)[6] et le GÚ égal à 1`` sicle, « un fardeau », environ 30 kg. Cette dernière unité est identique au talent de la Bible (où il s'agit d'un talent *d'argent*, cette matière étant sous-entendue).

---

[5] En absence de « virgule » il est en principe impossible de savoir si l'unité étalon était 1 NINDAN, 60 NINDAN ou 1/60 NINDAN (etc.). Le choix de 1 NINDAN représente ce qui (pour nous, évidemment) semble être l'usage « naturel » d'un calculateur babylonien, puisqu'il existe déjà comme unité (ce qui est vrai aussi pour 60 NINDAN mais pas pour 1/60 NINDAN) et que les distances mesurées en NINDAN s'écrivaient sans indication explicite de l'unité plusieurs siècles avant l'introduction du système de position.

[6] En principe, il n'est pas à exclure que les Babyloniens pensaient plutôt à la *mine* comme unité étalon, ou qu'ils utilisaient alternativement la mine ou le sicle en tant que tel.

Les opérations additives

Il existe deux opérations additives. L'une (*kamārum*/UL.GAR/GAR.GAR), comme on l'a déjà vu, peut se traduire « empiler *a* et *b* », l'autre (*waṣābum*/DAḪ) « ajouter *j* à *S* ». L'« ajout » est une opération concrète qui conserve l'identité de *S*. Pour comprendre nous pouvons penser à « mon » dépôt bancaire *S* ; l'ajout de l'intérêt *j* (nommé en babylonien précisément *ṣibtum*, « l'ajout », substantif construit sur le verbe *waṣābum*) ne change rien au fait qu'il s'agit de *mon* dépôt. Si une opération géométrique « ajoute » *j* à *S*, *S* reste toujours en place, tandis que, si nécessaire, *j* change de place.

« L'empilage », au contraire, peut désigner une addition abstraite de nombres. Rien n'empêche donc qu'on puisse « empiler » (le nombre mesurant) une aire et (le nombre mesurant) une longueur. Toutefois, « l'empilage » concerne souvent des grandeurs qui permettent une opération concrète.

La somme qui résulte d'un « ajout » n'a pas de nom particulier ; en fait, « l'ajout » ne crée rien de nouveau. Dans « l'empilage », par contre, où les deux quantités additionnées sont absorbées dans la somme, celle-ci porte un nom (*nakmartum*, construit sur le verbe *kamārum*) que nous pouvons traduire « la pile » ; dans un problème où les deux restent distinctes, le texte utilise un pluriel (*kimrātum*, également construit sur le verbe *kamārum*), que nous pouvons traduire « les empilées » (AO 8862 n° 2, traduit au chapitre 3, page 62).

Les opérations soustractives

Il y a aussi deux opérations soustractives. L'une (*nasāḫum*/ZI), « arracher *a* de *B* », est l'inverse de l'opération « ajouter » ; c'est une opération concrète qui présuppose que *a* soit une partie de *B*. L'autre est le constat que « *A* excède *B* de *d* » (*eli* ... *watārum*/UGU ... DIRIG ; une traduction plus précise serait « *A* sur *B* est *d* en plus »). Il s'agit là aussi d'une opération concrète, utilisée pour comparer des grandeurs dont l'une ne fait pas partie de l'autre.

La différence dans la première soustraction s'appelle « le reste » (*šapiltum*, plus littéralement « le diminué »), dans la seconde évidemment « l'excès » (*watartum*/DIRIG).

Il existe plusieurs synonymes pour « arracher » ; ci-après nous allons rencontrer « retrancher » (*ḫarāṣum*) (AO 8862 n° 2, page 62) et « faire partir » (*šutbûm*) (VAT 7532, page 68).

« Multiplications »

Quatre opérations distinctes furent interprétées comme des multiplications.

D'abord, il y a celle qui apparaît dans la version babylonienne de la table de multiplication. Le terme sumérien (A.RÁ, dérivé du verbe sumérien RÁ, « aller ») peut se traduire « pas de ». La table des multiples de 6 s'énonce :

1 pas de 6 est 6
2 pas de 6 sont 12
3 pas de 6 sont 18
...

Trois des textes que nous allons rencontrer ci-après (TMS VII n° 2, page 33, TMS IX n° 3, page 59, et TMS VIII n° 1, page 81) utilisent aussi le verbe akkadien pour « aller » (*alākum*) pour désigner la répétition d'une opération : les deux premiers répètent *n* fois une grandeur *s*, avec pour résultat $n{\cdot}s$ (TMS VII n° 2 ligne 18 ; TMS IX n° 3, ligne 21), le troisième ajoute *n* fois une grandeur *s* à une autre grandeur *A*, avec pour résultat $A + n{\cdot}s$ (TMS VIII n° 1 ligne 1).

La seconde « multiplication » est définie par le verbe « élever » (*našûm*/ÍL). Il semble que le terme a d'abord été employé pour les calculs de volume : pour trouver le volume d'un prisme de base *G* SAR et de hauteur *h* KÙŠ, on « élève » la base d'une épaisseur standard de 1 KÙŠ à la vraie hauteur *h*. Par la suite, le terme a été utilisé pour désigner tous les calculs d'une grandeur concrète par multiplication. « Pas de », par contre, désigne la multiplication abstraite d'un nombre par un nombre.

La troisième « multiplication » (*šutakūlum*/GU$_7$.GU.$_7$), « faire que *p* et *q* tiennent » – ou, plus simplement, afin d'adapter la traduction à la césure des lignes, « faire tenir *p* et *q* » – n'est, en fait, pas une véritable multiplication. Elle concerne des segments de droite *p* et *q* ;

« faire que p et q tiennent » veut dire construire un rectangle de côtés p et q. Puisque p et q ainsi que l'aire A qu'ils « tiennent » sont mesurables, presque tous les textes donnent la mesure numérique de l'aire du rectangle immédiatement après l'opération – « fais tenir 5 et 5 : 25 » – sans expliciter la multiplication numérique de 5 par 5. Il existe pourtant des textes qui précisent le calcul, « p pas de q », après avoir prescrit la construction, ou qui indiquent que l'opération crée une surface ; les deux cas se présentent en AO 8862 nº 2 (page 62). Si un rectangle existe déjà, son aire est calculée par « élévation », exactement comme l'aire d'un triangle ou d'un trapèze. Ci-après, nous désignerons le rectangle « tenu » par les segments p et q par le symbole $\sqsubset\!\sqsupset(p,q)$, tandis que $\square(a)$ désignera le carré qu'un segment a « tient avec lui-même » (les configurations aussi bien que les aires qu'ils contiennent). Les multiplications numériques correspondantes seront désignées $p{\times}q$ et $a{\times}a$.

L'ultime « multiplication » (*eṣēpum*) n'est pas non plus une vraie multiplication numérique. « Répéter » ou « répéter jusqu'à n » (où n est un nombre entier suffisamment petit pour être facilement imaginable) désigne un doublement ou n-doublement « physique », par exemple le doublement d'un triangle rectangle de côtés (de l'angle droit) a et b qui produit un rectangle de côtés a et b.

La division

Le problème « qu'est-ce que je dois élever à d pour avoir P ? » est un *problème de division*, avec pour réponse $P : d$. Évidemment, les calculateurs babyloniens connaissaient bien de tels problèmes. Ils les rencontraient dans les problèmes « d'algèbre » mais aussi dans leurs tâches pratiques : un travailleur peut creuser N NINDAN de canal d'irrigation par jour ; combien de travailleurs seront nécessaires pour creuser 30 NINDAN en 4 jours ? (Dans cet exemple, le problème apparaît même deux fois, la réponse étant 30/N/4.) Mais la division n'apparaît pas comme une *opération* spécifique pour les calculateurs babyloniens, seulement comme un type de problème.

Pour diviser 30 par 4, ils avaient d'abord recours à une table (voir figure 2), sur laquelle ils pouvaient lire (mais ils avaient probablement

appris la table par cœur à l'école[7]) que l'IGI de 4 est 15′ ; ensuite ils élevaient 15′ à 30 (pour cela aussi il existaient des tables, appris par cœur à l'école), et trouvaient 7°30′[8].

IGI n désigne avant tout *l'inverse de n tel qu'il est indiqué dans la table* ou au moins facilement repérable à partir d'elle (il ne signifie donc pas vraiment le nombre $\frac{1}{n}$ au sens abstrait). Ainsi, les Babyloniens résolvaient le problème $P : d$ moyennant une multiplication $P\cdot\frac{1}{d}$, dans la mesure où cela était possible.

Or, cela n'était possible que lorsque n se trouvait dans la table des IGI. Ce qui implique, tout d'abord, que $\frac{1}{n}$ s'écrive sous la forme d'une « fraction sexagésimale » finie. Pourtant, parmi l'infinité de tels nombres « réguliers », seulement une petite sélection pouvait se trouver dans la table – une trentaine en tout (souvent, 1 12, 1 15 et 1 20 sont omis « à gauche », étant déjà présents « à droite »).

Dans le calcul pratique, généralement cela suffisait ; en effet, on présumait, par exemple, que la quantité de terre qu'un ouvrier pouvait

---

[7] Quand on parle d'une « école » dans le contexte paléo-babylonien il faut souligner que nous la connaissons seulement à travers le témoignage des textes. Aucune salle d'école n'a été identifiée par les archéologues (celles qu'on a cru telles se sont relevées être par exemple des entrepôts), et nous ne savons donc pas si les scribes était formés dans des écoles de palais, de temple, ou dans une maison privé chez un scribe qui faisait aussi le maître d'école pour une poignée d'élèves ; le plus probable semble être qu'au moins la majorité était formé par des maîtres privés. Le grand nombre de copies des tables d'inverses préparées avec le but d'être apprises par cœur démontrent que les scribes n'étaient pas entraînés (ou pas seulement) comme des apprentis chez un scribe en exercice ; d'autres sources le font voir aussi.

[8] Il peut sembler étrange que la multiplication de l'IGI de 4 par 30 se fait par « élévation ». N'est-ce pas une multiplication d'un nombre par un nombre ? Non, en effet, si on regarde l'expression qui est utilisée dans les textes pour chercher IGI de 4 : le « détacher ». L'idée est donc une partition en 4 parties égales, dont une est détachée. Il semble que dans un premier temps cette opération s'est appliquée à une longueur : la longueur 1` [NINDAN] et non pas 1 [NINDAN]. Il est vrai que cette pratique était vieille d'au moins deux siècles ; mais l'usage terminologique a perduré.

De 1, ses 2/3	40	27, son IGI	2 13 20
Sa moitié	30	30, son IGI	2
3, son IGI	20	32, son IGI	1 52 30
4, son IGI	15	36, son IGI	1 40
5, son IGI	12	40, son IGI	1 30
6, son IGI	10	45, son IGI	1 20
8, son IGI	7 30	48, son IGI	1 15
9, son IGI	6 40	50, son IGI	1 12
10, son IGI	6	54, son IGI	1 6 40
12, son IGI	5	1, son IGI	1
15, son IGI	4	1 4, son IGI	56 15
16, son IGI	3 45	1 12, son IGI	50
18, son IGI	3 20	1 15, son IGI	48
20, son IGI	3	1 20, son IGI	45
24, son IGI	2 30	1 21, son IGI	44 26 40
25, son IGI	2 24		

Figure 2. Traduction de la table paléo-babylonienne des inverses (IGI)

creuser par jour correspondait à un nombre régulier simple[9]. Dans les problèmes d'algèbre, par contre, on rencontre souvent des divisions avec un diviseur d non régulier. Dans ces cas, dans les textes on peut lire : « Combien dois-je poser à d pour qu'il me donne A ? », et la réponse suit immédiatement « pose Q, A il te donnera ». À cela il y a une explications très simple : les problèmes étaient construits à rebours à partir de résultats connus ; les diviseurs divisaient donc toujours, et l'enseignant qui construisait un problème connaissait déjà la réponse juste.

Les moitiés

$\frac{1}{2}$ peut être une fraction comme n'importe quelle autre : $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, etc. Une telle moitié, lorsqu'il s'agit de la moitié de quelque chose,

[9] On peut montrer que tout nombre régulier peut s'écrire $2p \cdot 3^q \cdot 5^r$, où p, q et r sont des nombres entiers (positifs, négatifs ou nuls). En effet, 2, 3 et 5 sont les seuls nombres premiers diviseurs de 60. De la même manière, les « nombres réguliers » dans notre système décimal – ceux dont les inverses sont des fractions décimales finies – peuvent tous s'écrire $2^p \cdot 5^q$, 2 et 5 étant les seuls nombres premiers diviseurs de 10.

s'obtient par une élévation à 30′ ; de même, $\frac{1}{3}$ s'obtient par une élévation à 20′, etc. Nous allons rencontrer une telle moitié en AO 8862 n° 2 (page 62).

Mais $\frac{1}{2}$ (dans ce cas forcément *la moitié de quelque chose*) peut aussi être une moitié « naturelle » ou « nécessaire », c'est-à-dire une moitié qui ne peut être différente. Par exemple, le rayon d'un cercle est la moitié « nécessaire » du diamètre : il a un rôle qu'aucune autre partie ne peut avoir. De même, c'est par nécessité la moitié exacte de la base qu'on doit « élever » à la hauteur pour trouver l'aire d'un triangle rectangle, ainsi qu'on peut le voir sur la figure utilisée pour prouver la formule (voir figure 3).

Pour cette moitié « nécessaire » les Babyloniens avait un nom particulier (*bamtum*), que nous pouvons traduire « *demi-part* ». L'opération qui la produisait était exprimé par le verbe « *briser* » (*ḫepûm*/GAZ) – c'est-à-dire bissecter, briser en deux parties égales. Ce sens est spécifique au vocabulaire mathématique et diffère de la langue akkadienne courante.

Carré et « racine carrée »

Le produit $a \cdot a$ n'avait pas de rôle particulier, que ce soit dans le cas de la multiplication obtenue en « élevant », ou celle résultant de l'opération « pas de ». Un carré, pour être quelque chose de particulier, devait être un carré géométrique.

Le carré géométrique, en effet, avait un statut particulier. Bien sûr, on pouvait « faire tenir a et a » ; mais on pouvait aussi « faire que a se confronte ». Le carré, en tant que configuration géométrique, était une « confrontation » (*mitḫartum*)[10]. En tant que mesure numérique, sa valeur était celle de la longueur du côté. Une « confrontation » babylonienne *était* donc son côté (ce qui confronte), tandis qu'elle *avait* une aire ; à l'inverse, notre carré (identifié avec le contenu et non avec la bordure) *est* une aire et *possède* un côté. Quand la valeur d'une « confrontation » (compris donc comme *un* côté) était

[10] Plus précisément, le mot babylonien signifie « une situation caractérisée par la confrontation d'égaux ».

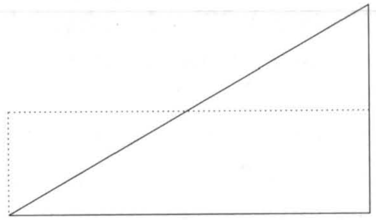


Figure 3

trouvée, on pouvait parler de l'autre côté avec lequel il forme un angle comme sa « *réplique* » – *meḫrum*, mot dérivé en babylonien du même verbe (*maḫārum*) et utilisé aussi, par exemple, pour la copie exacte d'une tablette.

Pour dire que s est le côté d'une aire quadratique Q on utilisait l'expression « auprès de Q, s est égal », avec le verbe sumérien ÍB.SI$_8$. Parfois, le même mot sumérien sert comme substantif ; dans ce cas, il sera traduit par « *l'égal* » dans ce qui suit. Dans l'interprétation arithmétique, « l'égal » de Q correspond à sa racine carrée.

Tout comme il y avait des tables de multiplication et des tables d'inverses, il y avait des tables de carrés et de « égaux ». Ils utilisent les phrases « n pas de n, n^2 » et « auprès de n^2, n est égal » ($1 \leq n \leq 60$). Dans les problèmes « algébriques », il faut souvent extraire des racines carrées de nombres absents des tables. Les Babyloniens connaissaient une technique pour en trouver une valeur approchée – mais justement approchée. Quand les textes en donnent la valeur exacte, c'est qu'une fois encore les auteurs connaissaient déjà la solution. Dans plusieurs cas, en effet, on observe des erreurs de calcul, mais à la fin le texte donne la racine carrée du nombre qui aurait dû y figurer et non du nombre obtenu par calcul ! Un tel exemple est proposé à la note 36, page 76.

Sur les textes et les traductions

Les textes que nous allons présenter et expliquer sont écrits en babylonien, la langue parlée en Babylonie durant la période paléo-babylonienne. Les textes sont principalement rédigés en écriture syllabique (donc phonétique) – ce qui apparaît en italique à la page 5.

Tous utilisent aussi des « logogrammes » qui correspondent à tout un mot mais n'en indiquent pas la forme grammaticale et donc pas la prononciation (pourtant, des compléments phonétiques sont parfois ajoutés) ; ces logogrammes sont transcrits en petites capitales (voir l'encadré « L'écriture cunéiforme », page 4). À de rares exceptions près, ces logogrammes viennent du sumérien, autrefois la langue dominante dans la région, restée la langue érudite de prestige jusqu'à la fin de la tradition cunéiforme au début de l'ère chrétienne (comme le latin en Europe jusqu'à récemment). Certains de ces logogrammes correspondent à des mots déjà utilisés par les scribes sumériens ; IGI en est un exemple. D'autres servaient d'abréviations pour des mots babyloniens, un peu comme *viz* en anglais, qui rend la graphie de l'abréviation de *videlicet* (« c'est-à-dire ») des manuscrits latins du Moyen Âge mais se prononce *namely*.

Comme nous l'avons déjà dit, nos textes proviennent de la seconde moitié de l'époque paléo-babylonienne, caractéristique par l'état de la langue et la forme de l'écriture. Il est malheureusement souvent impossible de donner une date plus précise, puisque presque tous les textes mathématiques viennent de fouilles clandestines et ont été achetés par les musées chez des antiquaires à Baghdad ou ailleurs.

Nous n'avons aucune information directe sur les auteurs des textes ; ils ne se présentent jamais, et aucun autre texte ne parle d'eux. Puisqu'ils savaient écrire, ils ont dû appartenir à la large catégorie des scribes ; puisqu'ils savaient calculer, on peut parler d'eux comme des calculateurs ; et puisque le format des textes correspond à une situation didactique, on peut présumer qu'ils étaient des maîtres d'école[11]. Tout ceci résulte pourtant de déductions indirectes, et il semble probable que la plupart des scribes ne produisirent pas des textes mathématiques, de même qu'il est probable que la plupart des maîtres d'école ne les enseignaient pas. En conséquence, et parce que plusieurs voix parlent à travers le texte (voir page 32), il vaut mieux bien souvent s'en tenir au texte, et prétendre que c'est le texte lui-même qui « donne », « trouve », « calcule », etc.

Les traductions qui suivent – toutes dues à l'auteur du livre – ne distinguent pas les mots écrits en écriture syllabique de ceux écrits à

[11] Sur le problème de « l'école », voir note 7, page 17, et page 107.

l'aide de logogrammes. Par ailleurs, elles sont « conformes » – c'est-à-dire qu'elles sont fidèles aux textes originaux, que ce soit dans la structure des phrases[12], dans l'usage de traductions distinctes pour les mots qui sont différents dans l'original, ou encore par une traduction systématiquement identique des mots babyloniens (voir la liste des « traductions standards » à la page 137). Dans la mesure du possible, les traductions respectent le sens non technique des mots babyloniens (par exemple, « surface » au lieu d'« aire » – la signification non technique du mot babylonien *eqlum* est « champ »). Ceci ne veut pas dire que les Babyloniens n'utilisaient pas une terminologie technique ; mais il est important que le sens d'un mot technique découle de son usage dans les textes babyloniens plutôt que d'être emprunté (avec le risque qu'il soit mal emprunté) à nos terminologies modernes.

Le babylonien ayant une structure très différente du français, le résultat est loin d'être élégant. En contrepartie, celui qui s'y intéresse pourra utiliser les traductions pour suivre les originaux ligne par ligne (la plupart se trouvent dans « Appendice B » ; les notes bibliographiques à la page 157 indiquent d'où viennent les autres textes). Pour éviter des traductions illisibles, le principe de « traduction conforme » n'est pas suivi à la lettre. Ainsi, en français, on doit choisir si un substantif est précédé de l'article défini ou de l'article indéfini ; cette distinction n'existe pas en babylonien (tout comme en latin et en russe). De même, on a ajouté une ponctuation absente dans les textes babyloniens, ainsi que l'indication de l'ordre absolu des nombres (′, ` et °). Les nombres qui sont écrits dans l'original avec des caractères numéraux sont traduits en chiffres arabes, les nombres écrits avec des mots (logogrammes inclus) sont traduits en toutes lettres (et les écritures mixtes sont respectées, par exemple « le 17e », et même « le 3e » pour le tiers).

[12] Dans l'akkadien, le verbe occupe la position finale de la phrase. Dans les textes mathématiques, cette structure permet qu'un nombre écrit une seule fois peut apparaître aussi bien comme résultat d'une première opération que comme objet d'une seconde opération. Pour conserver cette architecture du texte (du type « nombre(s)/opération : nombre résultant/nouvelle opération »), nous conserverons la position finale du verbe dans la traduction.

L'argile se conserve mieux que le papier, mais néanmoins presque toutes les tablettes présentées sont endommagées. Toutefois, comme la langue des textes mathématiques est extrêmement uniforme (pour ne pas dire répétitive), il est souvent possible de reconstruire les passages endommagés en utilisant d'autres passages mieux conservés sur la même tablette. Afin de ne pas alourdir la lecture, les restitutions sont indiquées seulement dans les traductions (comme ¿...?) si leurs mots exacts ne sont pas tout à fait sûrs. Parfois en écrivant la tablette, le scribe a oublié un passage qui peut pourtant être restauré à partir de passages parallèles dans le même texte (ou dans des textes parallèles) ; la restitution apparaît alors entre ⟨...⟩ (les éditions originales des textes donnent toutes les informations relatives aux passages détruits et aux omissions du scribe). Les mots explicatifs insérés dans les textes apparaissent entre parenthèses (...).

Les tablettes portent des noms, le plus souvent des numéros d'inventaire de musée. Le problème cité ci-dessus est le premier de la tablette BM 13901 (la tablette n° 13901 dans la collection de tablettes du British Museum). D'autres portent le sigle AO (Ancient Orient, Louvre), VAT (Vorderasiatische Texte, Berlin) ou YBC (Yale Babylonian Collection). Le sigle TMS renvoie à l'édition *Textes mathématiques de Suse* d'une collection du Louvre de tablettes de Suse, ville située en Iran à l'est de la Babylonie.

Les tablettes comportent généralement des inscriptions sur les deux faces (« la face » et « le revers »), parfois sur plusieurs colonnes, et parfois aussi sur la tranche ; les textes sont découpés en lignes qui se lisent de gauche à droite. Les traductions indiquent les lignes et, quand c'est le cas, la face et la colonne, suivant en cela l'édition originale du texte.

Chapitre 1

Techniques pour le premier degré

Notre étude principale sera le traitement par les Babyloniens des équations du second degré[13]. Mais puisque la résolution des équations du second degré implique souvent le maniement de données du premier degré, il est utile de commencer avec un texte qui explique comment on transforme et résout des équations du premier degré.

TMS XVI n° 1

1. Le 4ᵉ du front, de longueur et front j'ai arraché, 45′. Toi, 45′
2. à 4 élève, 3 tu vois. 3, qu'est-ce que c'est ? 4 et 1 pose,
3. 50′ et 5′, à arracher, pose. 5′ à 4 élève, 1 front. 20′ à 4 élève,
4. 1°20′ , 4 fronts. 30′ à 4 élève, 2 tu vois, 4 longueurs. 20′, 1 front à arracher,
5. de 1°20′, 4 fronts, arrache, 1 tu vois. 2, les longueurs, et 1, 3 fronts, empile, 3 tu vois.
6. IGI de 4 détache, 15′ tu vois. 15′ à 2, les longueurs, élève, 30′ tu vois, 30′ la longueur.
7. 15′ à 1 élève, 15′ est la contribution du front. 30′ et 15′ retiens.
8. Puisque « le 4ᵉ du front, à arracher », il a dit, de 4, 1 arrache, 3 tu vois.
9. IGI de 4 détache, 15′ tu vois. 15′ à 3 élève, 45′ tu vois, 45′, tant qu'il y a de fronts.
10. 1, tant qu'il y a de longueurs, pose. 20, le vrai front, prends, 20 à 1′ élève, 20′ tu vois.
11. 20′ à 45′ élève, 15′ tu vois. 15′ de $_{30}{}^{15}$ arrache,
12. 30′ tu vois, 30′ est la longueur.

---

[13] Comme nous l'avons fait à propos de « l'algèbre », dans un premier temps nous ferons semblant de savoir ce qu'est une « équation ». L'analyse des textes nous permettra bientôt de comprendre de quelle manière les problèmes babyloniens peuvent être considérés comme des équations.

Ce texte se distingue de l'immense majorité des textes mathématiques babyloniens : il ne formule aucun problème, et il n'en résout aucun. Au lieu de cela, il donne une explication pédagogique des concepts et procédures qui servent à comprendre et réduire un certain type d'équation.

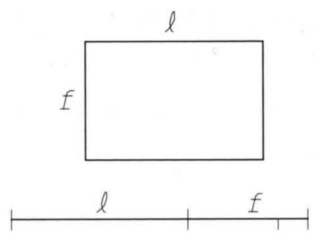


Figure 4. La géométrie de TMS XVI n° 1

Même si de nombreux termes qui apparaissent dans la traduction soient déjà expliqués dans la section « Une nouvelle interprétation », il est peut-être utile de parcourir le texte mot à mot.

La ligne 1 formule une équation : *Le 4^e^ du front, de longueur et front j'ai arraché, 45′.*

L'équation concerne donc une longueur et un front : cela suffit pour nous informer qu'il s'agit d'un rectangle – du point de vue des Babyloniens, le rectangle est la figure la plus simple déterminée seulement par une longueur et un front[14]. Pour la notation des nombres, voir l'encadré « Le système sexagésimal », page 7. Si ℓ est

[14] Bien sûr, un triangle rectangle a lui aussi une longueur et un front (les côtés de l'angle droit), et ces deux grandeurs suffisent pour le déterminer (l'hypoténuse, si elle apparaît, peut être « la longueur longue »). Mais un triangle sera toujours présenté explicitement comme tel. S'il n'est pas pratiquement rectangle, le texte en donnera une esquisse.
Le mot « pratiquement » est essentiel. Les Babyloniens n'avait aucune notion de l'angle comme grandeur mesurable – donc, rien qui corresponde à notre « angle de 78° ». Mais ils distinguaient clairement entre ce qu'on peut appeler « angles bons » et « angles mauvais » – l'anglais nous permet le jeu de mots suivant : l'opposé d'un *right angle* est un *wrong angle*. Un angle droit est « bon » parce que ses côtés déterminent une surface (comme le font les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle, la longueur et la largeur d'un rectangle, la hauteur et les bases d'un trapèze rectangulaire).

la longueur et f le front, on peut exprimer l'équation en symboles de la façon suivante :

$$(\ell + f) - \tfrac{1}{4}f = 45' \,.$$

Quelque chose est toutefois perdu dans la traduction. En effet, *la longueur et le front* est une expression comprimée pour l'empilage, l'addition symétrique de deux grandeurs (voir page 14). La longueur n'est donc pas prolongée par le front, les deux grandeurs sont combinées à égalité, indépendamment du rectangle. Le seul rôle du rectangle est d'offrir ses dimensions pour indiquer les grandeurs inconnues (voir figure 4).

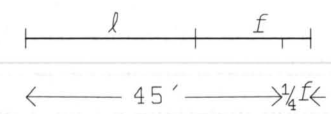


Figure 5. « L'équation » de TMS XVI n° 1

Dès lors que la longueur et le front sont « empilés », $\frac{1}{4}f$ peut être « arraché », puisque cette grandeur fait partie du total de la longueur et du front. « Arracher », ainsi que nous l'avons vu, est l'opération inverse d'« ajouter », et donc la soustraction d'une grandeur d'une autre dont elle fait partie (voir figure 5).

La ligne 1 nous montre en quoi consiste une « équation » babylonienne : une combinaison de grandeurs mesurables (souvent, comme ici, des grandeurs géométriques), dont la mesure totale est donnée. Alternativement, le texte énonce que la mesure d'une combinaison équivaut à la mesure d'une autre, ou de combien la mesure de l'une excède celle de l'autre. Évidemment ceci n'est pas tout à fait la même chose que les équations enseignées aujourd'hui dans les cours de mathématiques, dont la plupart traitent de nombres purs ; pourtant, le principe ne diffère pas fondamentalement des équations que manipulent un ingénieur ou un physicien. Parler d'« équations » dans les textes babyloniens n'a donc rien d'anachronique.

Ensuite, les lignes 1 et 2 appellent l'élève à multiplier les 45′ (à droite dans l'équation) par 4 : *Toi, 45′ à 4 élève, 3 tu vois.* « Élever », nous l'avons vu (page 15), consiste à multiplier une grandeur concrète – ici un nombre qui représente un segment de droite composé. Le résultat de cette opération est 3, et le texte pose une question rhétorique : *3, qu'est-ce que c'est ?*

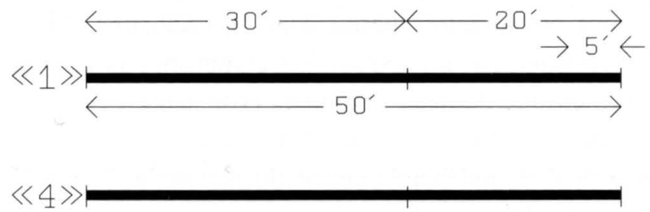


Figure 6. Interprétation de TMS XVI, lignes 1 à 3

La réponse à cette question est donnée dans les lignes 2 à 5. *4 et 1 pose* : d'abord, l'élève doit « poser » 4 et 1. « Poser » signifie « donner une représentation matérielle » ; ici, l'on doit probablement écrire les nombres à l'endroit approprié dans un diagramme (voir figure 6 pour une possible interprétation). Le nombre « 1 » correspond au fait que le nombre 45′ qui se trouve à droite dans l'équation initiale, ainsi que les grandeurs à gauche dans cette équation, ne sont utilisés qu'une seule fois. Le nombre « 4 » est « posé » parce que nous devons expliquer ce qui arrive quand 45′ et les grandeurs correspondantes sont multipliés par 4.

50′ et 5′, à arracher, pose : on place les nombres 50′ et 5′ sur le niveau « 1 » du diagramme. Cette démarche est peut-être surprenante pour nous ; elle démontre que l'élève sait déjà que le front est égal à 20′ et la longueur égale à 30′. Sans en être au courant, en effet, il n'aurait pas pu savoir que $\ell + f = 50'$ et que $\frac{1}{4}f$ (ce qui est à arracher) correspond à 5′. Pour être plus clair, non seulement les nombres 50′ et 5′ mais aussi 20′ et 30′ sont indiqués au niveau « 1 » de notre diagramme, même si le texte n'en parle pas.

Les lignes 3 à 5 prouvent encore plus clairement que l'élève est supposé connaître déjà la solution du problème. Ainsi, le but de ce texte n'est pas de la trouver : c'est, comme nous l'avons déjà dit, d'expliquer les concepts et les procédures qui servent à comprendre et réduire l'équation.

Ces lignes expliquent comment et pourquoi l'équation initiale

$$(\ell + f) - \tfrac{1}{4}f = 45'$$

se transforme en

$$4\ell + (4 - 1)f = 3$$

moyennant une multiplication par 4.

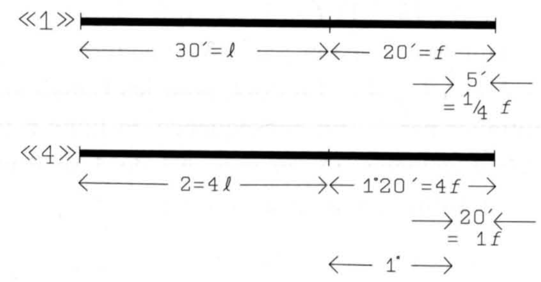


Figure 7. Interprétation de TMS XVI, lignes 3 à 5

Ce calcul peut se suivre sur la figure 7, où les nombres du niveau « 1 » sont multipliés par 4, donnant ainsi les nombres du niveau « 4 » :

5′ à 4 élève, 1 front : 5′, c'est-à-dire le $\frac{1}{4}$ du front, est multiplié par 4, ce qui donne 20′, soit 1 front.

20′ à 4 élève, 1°20′ tu vois, 4 fronts : 20′, c'est-à-dire 1 front, est multiplié par 4, ce qui donne 1°20′, donc 4 fronts.

30′ à 4 élève, 2 tu vois, 4 longueurs : 30′, c'est-à-dire 1 longueur, est multiplié par 4, ce qui donne 2, 4 longueurs.

Après avoir multiplié tous les nombres du niveau « 1 » par 4, trouvant ainsi ceux du niveau « 4 », le texte nous indique (lignes 4 et 5) ce qui reste quand 1 front est éliminé de 4 fronts : *20′, 1 front à arracher, de 1°20′, 4 fronts, arrache, 1 tu vois.*

Enfin, les membres individuels de la somme $4\ell + (4 - 1)f$ sont identifiés, comme le montre la figure 8. *2, les longueurs, et 1, 3 fronts, empile, 3 tu vois* : 2, c'est-à-dire 4 longueurs, et 1, soit $(4 - 1) = 3$ fronts, sont additionnés : ce qui donne le nombre *3*. Nous avons donc trouvé la réponse à la question rhétorique de la ligne 2, *3 tu vois. 3, qu'est-ce que c'est ?*

Pourtant, la leçon ne s'arrête pas là. Tandis que les cinq premières lignes indiquent comment l'équation $(\ell + f) - \frac{1}{4}f = 45'$ peut être

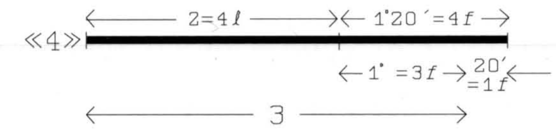


Figure 8. Interprétation de TMS XVI, ligne 5

transformée en $4\cdot\ell + (4-1)\cdot f = 3$, ce qui suit (lignes 6 à 10) conduit, moyennant une division par 4, à transformer cette dernière équation en : $1\cdot\ell + \frac{3}{4}\cdot f = 45'$. En effet, pour les Babyloniens, diviser par 4 c'est multiplier par $\frac{1}{4}$. En conséquence, la ligne 6 formule que $\frac{1}{4} = 15'$: *IGI de 4 détache, 15′ tu vois.* IGI de 4 se trouve dans la table des IGI, c'est-à-dire des inverses (voir page 17).

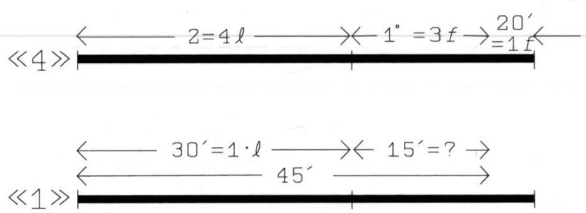


Figure 9. Interprétation de TMS XVI, lignes 6 à 12

La figure 9 montre que cela correspond à un retour du niveau « 4 » au niveau « 1 » :

15′ à 2, les longueurs, élève, 30′ tu vois, 30′ la longueur : 2, c'est-à-dire 4 longueurs, multiplié par $\frac{1}{4}$ donne 30′, soit 1 longueur.

15′ à 1 élève, 15′ est la contribution du front (ligne 7) : 1, c'est-à-dire 3 fronts, est multiplié par $\frac{1}{4}$, ce qui donne 15′, la contribution du front à la somme 45′. La quantité de fronts à laquelle correspond cette contribution est déterminée aux lignes 8 à 9. Entre-temps, les contributions de la longueur et du front sont mémorisées : *30′ et 15′ retiens.* Ces contributions doivent donc être retenues « dans ta tête » (d'autres textes l'expriment ainsi), à la différence des nombres 1, 4, 50′ et 5′, qui sont initialement « posés ».

La contribution du front est donc 15′. La fin de la ligne 9 indique que le nombre de fronts auquel cela correspond – le *coefficient* du front, dans notre langue – est $\frac{3}{4}$ (45′) : *45′ tant qu'il y a de fronts.*

L'argument qui y conduit appartient au type qu'on appelle « simple fausse position »[15].

La ligne 8 cite l'énoncé du problème pour justifier ce qui doit être fait maintenant : *Puisque « le 4ᵉ du front, à arracher », il a dit.* En conséquence, nous devons trouver combien il reste du front après en avoir soustrait $\frac{1}{4}$.

Par commodité, on « pose » que le front équivaut à 4 (ceci est la « fausse position »). $\frac{1}{4}$ de 4 égale 1 (le texte donne ce nombre sans calcul). Quand on le supprime, il reste 3 : *de 4, 1 arrache, 3 tu vois.*

Pour voir à quelle partie du 4 faussement posé correspond ce 3, nous multiplions par $\frac{1}{4}$. Bien que cela soit déjà dit à la ligne 6, il est répété à la ligne 9 que $\frac{1}{4}$ correspond à 15′ : *IGI de 4 détache, 15′ tu vois.*

Toujours à la ligne 9, on trouve le coefficient du front $45' = \frac{3}{4}$ en multipliant $\frac{1}{4}$ par 3 : *15′ à 3 élève, 45′ tu vois, 45′ tant qu'il y a de fronts.*

Sans procéder à un calcul la ligne 10 annonce que le coefficient de la longueur est 1. En effet, nous savons depuis la ligne 1 qu'une seule longueur entre dans les 45′, sans ajout ni soustraction. Nous avons donc expliqué comment l'équation $4\cdot\ell + (4-1)\cdot f = 3$ se transforme en $1\cdot\ell + \frac{3}{4}\cdot f = 45'$.

Une petite énigme figure à la fin de la ligne 10 : quel est le rapport entre le « vrai front » et le front qui apparaît dans l'équation ?

L'explication pourrait être la suivante : un vrai champ pouvait mesurer 30 [NINDAN] par 20 [NINDAN] (environ 180 m par 120 m, soit $\frac{1}{3}$ BÙR), mais certainement pas 30′ par 20′ (3 m par 2 m). Par contre, il était impossible de dessiner un champ aux dimensions 30×20 dans la cour de la maison du maître (ou autre école ; en tout cas, une cour

---

15 « Simple », parce qu'il existe aussi une « double fausse position » qui peut servir pour résoudre des problèmes plus complexes du premier degré. Dans celle-ci on fait deux hypothèses pour la solution, et on « mélange » les deux de sorte que les deux erreurs s'annulent (faisant donc, sans en avoir une notion explicite, une interpolation ou extrapolation linéaire). Comme les Babyloniens n'utilisaient pas cette méthode, dans les pages qui suivent, une « fausse position » signifie toujours une « simple fausse position ».

ou un sol sablé est un support probable pour les diagrammes de l'enseignement). Par contre, 30′ par 20′ pouvait y entrer. En effet, cet ordre de grandeur était celui généralement en usage dans les problèmes mathématiques. Puisque l'écriture ne fait aucune différence entre 20 et 20′, il ne s'agit là que d'une explication possible – et plausible, tant qu'aucune explication alternative n'existe.

Quoi qu'il en soit, à la ligne 11 on trouve encore une fois que le front contribue avec 15′, en multipliant 20′ (1 front) avec le coefficient 45′ : *20′ à 45′ élève, 15′ tu vois.*

À la fin du calcul, la contribution du front est retirée de 45′ (écrit déjà comme ${}_{30}{}^{15}$, c'est-à-dire comme somme de 30′ et 15′, en accord avec le démembrement retenue en mémoire à la fin de la ligne 7). Il reste 30′, c'est-à-dire la longueur : *15′ de* ${}_{30}{}^{15}$ *arrache, 30′ tu vois, 30′ est la longueur.*

Somme toute, une bonne explication pédagogique, qui conduit l'élève « par la main » de long en large à travers le sujet : « Comment transformer une équation du premier degré, et comment comprendre les transformations. »

Avant de quitter ce texte, on peut s'attarder sur les acteurs qui y apparaissent, et que l'on retrouve dans presque tous les textes qui présentent un problème et sa résolution[16]. D'abord, une « voix » parlant à la première personne du singulier décrit la situation de départ qu'il a crée, et formule la demande. Ensuite une autre voix s'adresse à l'élève, donnant des ordres à l'impératif ou à la deuxième personne du singulier du présent ; cette voix ne peut pas être celle qui pose le problème, puisqu'elle parle de celle-ci à la ligne 8 à la troisième personne, « il a dit ».

Dans un contexte scolaire, on peut imaginer que la personne qui formule le problème est le maître, et que celle qui s'adresse à l'élève est un assistant ou un instructeur – les « textes d'Edubba[17] », textes

[16] Le présent document utilise beaucoup de logogrammes sans compléments phonétiques ou grammaticaux. Suffisamment, cependant, est écrit en Akkadien syllabiques pour montrer que l'intention est de suivre le schéma normal, qui, en conséquence, est imposé à la traduction.

[17] Ce mot sumérien signifie « maison de tablettes », c'est-à-dire « école ».

littéraires sur l'école et la vie scolaire, mentionnent l'existence d'un « grand frère ». L'origine du schéma semble toutefois être différente. Certains textes du début du XVIIIe siècle commencent par « Si quelqu'un t'a dit : "J'ai ..." ». Dans ces textes-là, celui qui fait la demande est une personne hypothétique, externe à la situation didactique – un prétexte pour une devinette mathématique ; le guide anonyme est alors le maître, qui dans la situation originale représentait probablement l'arpenteur qui expliquait à son apprenti les méthodes du métier.

TMS VII n° 2 [18]

17. Le 4e du front j'ai ajouté à la longueur, son 7e
18. jusqu'à 11 je suis allé. Cela excède la pile
19. de longueur et front de 5′. Toi, 4 pose ;
20. 7 pose ; 11 pose ; et 5′ l'excès pose.
21. 5′ à 7 élève, 35′ tu vois.
22. 30′ et 5′ pose. 5′ à 11 élève, 55′ tu vois.
23. 30′, 20′ et 5′, à arracher, pose. 5′ à 4
24. élève, 20′ tu vois, 20′ le front. 30′ à 4 élève,
25. 2 tu vois, 2, longueurs. 20′ de 20′ arrache ;
26. 30′ de 2 arrache, 1°30′ pose ; et 5′ à ¿50′, la pile de longueur et front, ajoute?.
27. 7 à 4, du quatrième, élève, 28 tu vois.
28. 11, la pile, de 28 arrache, 17 tu vois.
29. De 4, du quatrième, 1 arrache, 3 tu vois.
30. IGI de 3 détache, 20′ tu vois. 20′ à 17 élève,
31. 5°40′ tu vois, 5°40′ la longueur. 20′ à 5′, l'excès, élève,
32. 1′40″ tu vois, 1′40″ l'ajout à la longueur. 5°40′, la longueur,
33. de 11, la pile, arrache, 5°20′ tu vois.
34. 1′40″ à 5′, l'excès, ajoute, 6′40″ tu vois,
35. 6′40″, l'arrachage du front. 5′, le pas,

[18] Ce texte est assez difficile. On peut, si on le trouve trop obscur, le sauter et y revenir par la suite, une fois familiarisé avec le mode de pensée des Babyloniens.

36. à 5°40′, élève, 28′20″ tu vois.
37. 1′40″, l'ajout à la longueur, à 28′20″ ajoute,
38. 30′ tu vois, 30′ est la longueur. 5′ à 5°20′
39. élève, 26′40″ tu vois. 6′40″,
40. l'arrachage du front, de 26′40″ arrache,
41. 20′ tu vois, 20′ est le front.

Ce problème est le second d'une tablette dont le premier (voir page 124) peut être traduit par l'équation suivante :

$$10\cdot(\tfrac{1}{7}[\ell + \tfrac{1}{4}f]) = \ell + f,$$

équation qui après réduction s'écrit :

$$\ell\cdot 10 = 6\cdot(\ell + f)\ .$$

Une telle équation est « indéterminée », c'est-à-dire qu'elle a une infinité de solutions. Si nous avons trouvé une solution (ℓ_o, f_o), toutes les autres peuvent s'écrire $(k\cdot\ell_o, k\cdot f_o)$. Le texte en trouve une en proposant que le premier facteur à gauche soit égal au premier facteur à droite (donc, $\ell = 6$), et que le second facteur à droite soit égal au second facteur à gauche (donc, $\ell + f = 10, f = 4$). Ensuite, il obtient la solution désirée dès le départ en « levant » à 5′ (le « pas » $\frac{1}{7}[\ell + \frac{1}{4}f]$ parcouru 10 fois). En effet, si $\ell = 6, f = 4$, alors le « pas » équivaut à 1 ; si nous voulons qu'il soit égal à 5′ (ce qui correspond aux dimensions normales d'un « rectangle d'école », $\ell = 30', f = 20'$), il faut multiplier la solution par cette valeur. Tout ceci – qui ne va pas de soi – est utile si l'on veut comprendre ce second problème.

Le premier problème est « homogène » – tous les termes sont du premier degré en ℓ et f. Le second, par contre, est « inhomogène » et se traduit par l'équation suivante :

$$11\cdot(\tfrac{1}{7}[\ell + \tfrac{1}{4}f]) = [\ell + f] + 5'\ .$$

Nous prenons note que $\frac{1}{4}f$ est « ajouté » à la longueur ; que nous prenons $\frac{1}{7}$ du résultat ; et qu'ensuite nous faisons « aller » ce segment 11 fois. Ce qui en résulte *excède* « la pile » de la longueur et du front (l'excès étant égal à 5′) ; « la pile » n'est donc pas une partie de ce qui résulte du pas répété, sinon elle aurait été « arrachée ».

Le problème commence par une explication pédagogique dans le style du texte précédent. En lisant bien on découvre que le 5′ qui est

posé à la ligne 20 est le « pas » $\frac{1}{7}[\ell + \frac{1}{4}f]$ qui sera élevé à 7 à la ligne suivante (pour vérifier qu'il s'agit bien du 7e), et non l'excès indiqué à la ligne précédente. Une fois encore l'élève est donc supposé comprendre qu'il s'agit du rectangle ▭(30′,20′). Avec cette figure en tête, nous sommes capables de suivre l'explication des lignes 21 à 23 donnée sur la figure 10 : lorsque le « pas » 5′ est élevé à 7, nous trouvons 35′ (A), qui peut être décomposé en ℓ et $\frac{1}{4}f$ (B). Lorsqu'il est élevé à 11, nous obtenons 55′ (C), qui peut être décomposé en ℓ, f, et 5′ (D).

Vient alors la « résolution » de l'équation ; l'explication est encore formulée de telle sorte que la solution est supposée connue. Nous élevons à 4 (lignes 23 à 25), l'équation s'écrit alors :

$$11\cdot(\tfrac{1}{7}[4\ell + 4\cdot\tfrac{1}{4}f]) = 4\cdot([\ell + f] + 5')\ .$$

Ne disposant pas de nos symboles, le texte parle du $\frac{1}{4}f$ comme 5′, trouve que $4\cdot\frac{1}{4}f$ est égal à 20′, et identifie cela avec le front (ligne 24) ; puis, les 4ℓ apparaissent comme 2, dits de représenter des longueurs (ligne 25).

Maintenant, en utilisant un stratagème élégant mais pas très facile à suivre, l'équation est rendue homogène. Le texte décompose $4\ell + f$ en

$$(4-1)\ell - 5' + (f - f) + (\ell + f + 5')$$

et toute l'équation est élevé à 7. Nous pouvons suivre les calculs en les traduisant en symboles modernes :

$$\begin{aligned}
& 11\cdot([4-1]\ell - 5' + 0 + [\ell + f + 5']) = (7\cdot 4)\cdot([\ell + f] + 5') \\
\Leftrightarrow\ & 11\cdot([4-1]\ell - 5') = (28-11)\cdot([\ell + f] + 5') \\
& \qquad = 17\cdot([\ell + f] + 5') \\
\Leftrightarrow\ & 11\cdot(\ell - \tfrac{1}{3}\cdot 5') = \tfrac{1}{3}\cdot 17\cdot(\ell + f + 5') \\
\Leftrightarrow\ & (\ell - 1'40'')\cdot 11 = 5°40'\cdot(\ell + f + 5')
\end{aligned}$$

Cependant, les Babyloniens n'opéraient pas avec des équations de cette sorte ; ils inscrivaient plutôt les nombres le long des lignes d'un diagramme (voir la figure 11) ; pour cette raison, le « coefficient » (4 – 1) apparaît seulement à la ligne 29.

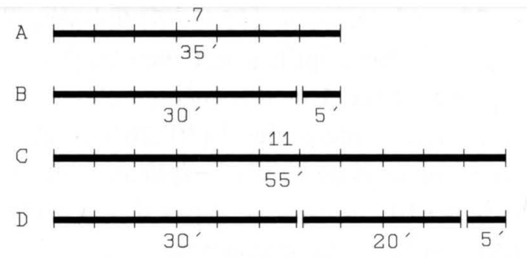


Figure 10. Interprétation de TMS VII, lignes 21 à 23

De même que dans le premier problème de la tablette, une solution à la dernière équation se trouve en identifiant les facteurs « à gauche » avec les facteurs « à droite » (pour cette raison, l'ordre des facteurs est interverti « à gauche » dans la dernière équation) : $\ell - 1'40''$ (appelé maintenant « la longueur », et, pour cette raison, désigné par λ sur la figure 11) correspond donc à 5°40′, et $\ell + f + 5'$ (maintenant vu comme « la pile » de la nouvelle longueur λ et d'un nouveau front ϕ, c'est-à-dire $\lambda + \phi$) est égal à 11 ; ϕ vaut donc $11 - 5°40' = 5°20'$. Ensuite on détermine « l'ajout à la longueur », c'est-à-dire ce qu'il faut ajouter à la longueur λ pour trouver la longueur initiale ℓ : il est égal à 1′40″, puisque $\lambda = \ell - 1'40''$; ainsi que « l'arrachage du front », c'est-à-dire ce qu'il faut « arracher » de ϕ pour trouver f. Puisque $\ell + f + 5' = 11$, f est égal à $11 - \ell - 5' = 11 - (\lambda + 1'40'') - 5' = (11 - \lambda) - (1'40'' + 5') = \phi - 6'40''$; l'arrachage vaut donc 6′40″.

Pour avoir les valeurs souhaitées de ℓ et f on « élève » (comme dans le premier problème) le « pas » 5′ à 5°40′ et 5°20 : on trouve respectivement 28′20″ et 26′40′ ; ajoutant l'ajout et arrachant l'arrachage nous aurons $\ell = 30'$, $f = 20'$.

Il faut noter la virtuosité avec laquelle l'auteur évite d'utiliser le fait qu'il connaît la solution dans la procédure (sauf à la fin, quand il a besoin de connaître le « pas » pour pouvoir choisir la solution voulue entre toutes les solutions possibles). Les valeurs numériques qui sont *connues* sans être *données* servent dans les explications pédagogiques ; ensuite, leur seule fonction est de fournir des noms – à défaut de symboles comme ℓ et λ, le Babylonien doit se servir de noms comme « la longueur 30′ » et « la longueur 5′40″ » (toutes deux sont des longueurs, et le nom « longueur » sans autre qualificatif

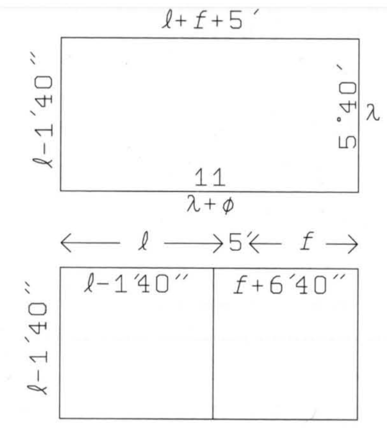


Figure 11. La résolution de TMS VII n° 2

ne suffirait donc pas). L'utilisation de nombres comme noms se retrouve dans beaucoup de textes ; néanmoins, les malentendus engendrés par la confusion de nombres *donnés* et nombres *seulement connus* sont extrêmement rares.

Chapitre 2

Les techniques fondamentales pour le second degré

Nous passons maintenant à la partie principale de l'algèbre babylonienne (renvoyant encore une fois à plus tard la détermination précise de ce qu'« algèbre » veut dire dans un contexte babylonien). Dans le présent chapitre, nous allons examiner quelques problèmes simples, qui nous permettront de découvrir les techniques fondamentales utilisées par les savants babyloniens. Le chapitre 3 abordera des matières plus complexes et plus subtiles.

BM 13901 nº 1

Face I

1. La surface et ma confrontation j'ai empilées : 45′. 1, le forjet,
2. tu poses. La demi-part de 1 tu brises, 30′ et 30′ fais tenir.
3. 15′ à 45′ tu ajoutes : auprès de 1, 1 est égal. 30′ que tu as fait tenir
4. de l'intérieur de 1 tu arraches : 30′ est la confrontation.

Il s'agit là du premier extrait cité dans cet ouvrage à la page 5 selon la « translittération » des assyriologues et à la page 8 d'après la traduction traditionnelle. Il est traduit selon la symbolique mathématique moderne à la page 6.

Bien que connaissant en ce sens-là le sujet du problème, nous allons encore examiner le texte en détail, en reprenant les termes du texte, pour le traiter selon la perspective de l'auteur.

À la ligne 1, le problème est formulé : il traite d'une *surface*, ici d'un carré, et de la *confrontation* correspondante, à savoir la configuration quadratique identifiée avec son côté, voir page 19.

Surface et « confrontation » sont *empilées*. Cette addition est celle qu'il convient d'utiliser pour des grandeurs dissemblables, ici une surface (deux dimensions) et un côté (une dimension). Le texte

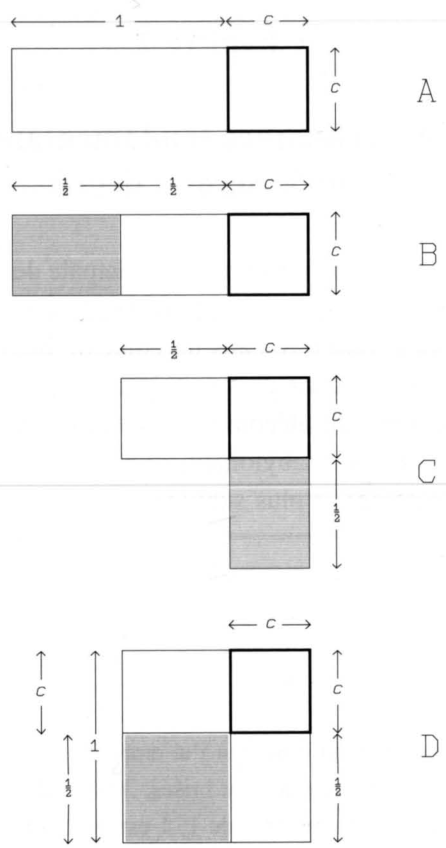


Figure 12. La procédure de BM 13901 n° 1, en proportions légèrement faussées

indique la somme des deux grandeurs (c'est-à-dire des nombres qui les mesurent) : 45′. Si c désigne le côté du carré et $\square(c)$ sa surface, le problème peut donc s'exprimer en symboles de la manière suivante :

$$\square(c) + c = 45' \ (= \tfrac{3}{4}) \ .$$

La figure 12 met en évidence les différentes étapes à suivre, selon le texte, pour trouver la solution.

A : *1, le forjet, tu poses.* Cela veut dire qu'on dessine un rectangle $\sqsubset\!\sqsupset(c,1)$ accolé au carré $\square(c)$. Ainsi, la somme (en soi absurde) d'une longueur et d'une surface acquiert un sens concret, à savoir la surface rectangulaire $\sqsubset\!\sqsupset(c,c+1) = \frac{3}{4} = 45'$. Cette interprétation géométrique explique l'apparition du « forjet », puisque le rectangle $\sqsubset\!\sqsupset(c,1)$

« saillit » du carré comme le forjet d'un bâtiment. Nous nous souvenons (voir page 10) que le mot était traduit à l'origine par « unité » ou par « coefficient » simplement parce que les traducteurs ne comprenaient pas comment un nombre 1 pouvait « saillir ».

B : *La demi-part de 1 tu brises.* Le rectangle saillant $\sqsubset\!\sqsupset(c,1)$ est « brisé » en deux moitiés « nécessaires ».

C : *30′ et 30′ fais tenir.* La demi-part extérieure du rectangle est déplacée de sorte que les deux parties (chacune de longueur de $\frac{1}{2} = 30'$) « tiennent » le carré en bas à gauche (délimité avec une bordure en pointillés). « Découpant et recollant » ainsi le rectangle $\sqsubset\!\sqsupset(c,c+1)$, nous l'avons transformé en « gnomon », un carré où manque un coin carré.

D : *15′ à 45′ tu ajoutes : 1.* 15′ est la surface du petit carré tenu par les deux demi-parts (30′et 30′), et 45′ celle du gnomon. Comme nous avons vu à la page 14, l'opération « ajouter » une grandeur à une autre est un agrandissement de la seconde grandeur, seulement possible si les deux grandeurs sont concrètes et de la même espèce, par exemple des surfaces. Nous ajoutons donc le carré qui manque, complétant ainsi le gnomon pour obtenir un nouveau carré. La surface du carré complété sera $45' + 15' = 1$.

Auprès de 1, 1 est égal. Qu'« auprès de Q, s est égal » veut dire (voir page 20) que la surface quadratique Q admet s comme l'un de ses côtés égaux (ou « confrontation » – en langage arithmétique, $s = \sqrt{Q}$). Dans le cas présent, le texte dit donc que le côté du carré complété vaut 1, comme indiqué en D immédiatement à gauche du carré.

30′ que tu as fait tenir de l'intérieur de 1 tu arraches. Pour trouver le côté c du carré initial nous devons maintenant éliminer la pièce de longueur $\frac{1}{2} = 30'$ qui y a été ajoutée en bas (inscrit un pas en plus à gauche). « Arracher a de B » est, comme nous l'avons vu plus haut (voir page 14), l'opération inverse d'« ajouter », une élimination concrète qui présuppose que a soit une partie de B. Ainsi que nous l'avons observé (page 10), l'expression « de l'intérieur de » était omis dans les premières traductions parce qu'elle ne donnait aucun sens tant qu'on croyait que le problème traitait de nombres abstraits ; si, en revanche, le nombre *1* représente un segment, l'expression a un sens.

30′ est la confrontation. En ôtant de 1 le segment de $\frac{1}{2}$ = 30′ qui a été ajouté, nous obtenons le côté initial c ; *la confrontation* égale à 1 – 30′ = 30′ = $\frac{1}{2}$ (tout à gauche en D).

Ainsi, le problème est résolu. Selon cette interprétation, non seulement les nombres sont expliqués, mais de plus, les mots employés pour définir les différentes opérations sur ces nombres prennent tout leur sens.

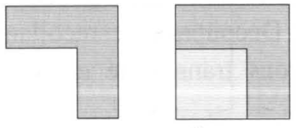


Figure 13.

La nouvelle traduction proposée pour ce texte conduit à quelques observations. Nous prenons note que le texte ne présente aucun argument explicite que la technique de découpage-recollage doive conduire au résultat correct. Il est pourtant évident qu'il doit en être ainsi. On peut parler d'une approche « naïve » – tout en gardant à l'esprit que notre mode normal d'opérer avec des équations, par exemple dans la résolution du même problème à la page 6, est tout aussi naïf. Comme le calculateur babylonien, nous progressons pas à pas sans preuve explicite que les opérations que nous effectuons sont justifiées, « voyant » seulement qu'elles sont justes.

Le stratagème central de la méthode babylonienne consiste à compléter le gnomon, comme le montre la figure 13. Cet artifice, comme nous l'avons déjà dit, s'appelle « complément quadratique » ; on en parle aussi à propos de notre résolution par symboles :

$$\begin{aligned} x^2 + 1\cdot x = \tfrac{3}{4} &\Leftrightarrow x^2 + 1\cdot x + (\tfrac{1}{2})^2 = \tfrac{3}{4} + (\tfrac{1}{2})^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 1\cdot x + (\tfrac{1}{2})^2 = \tfrac{3}{4} + \tfrac{1}{4} = 1 \\ &\Leftrightarrow (x + \tfrac{1}{2})^2 = 1 \end{aligned}$$

Pourtant, le nom « complément quadratique » semble encore mieux s'appliquer à la description de la procédure géométrique que dans le cas de cette procédure moderne.

Qu'une solution négative ne pût avoir aucun sens pour les Babyloniens est évident dans cette interprétation concrète. L'algèbre des Babyloniens se basait sur des grandeurs tangibles, même dans les cas où ses problèmes ne traitaient pas de questions vraiment pratiques. Aucune longueur (ni aucune surface, aucun volume, aucun poids, etc.) ne peut être négative. La seule idée trouvée chez les Babyloniens qui s'approche de la « négativité » est la notion qu'une grandeur peut être « prédéterminée à être arrachée » ; nous avons rencontré de telles grandeurs dans les textes TMS XVI n° 1 (lignes 3 et 4 – voir page 25) et TMS VII n° 2 (ligne 35, « l'arrachage du front » – voir page 33). À la ligne 25 de ce dernier texte nous observons en outre que les Babyloniens ne considéraient pas le résultat obtenu quand 20′ est arraché de 20′ comme un *nombre* mais, à la lettre, comme *une chose dont il ne vaut pas la peine d'en parler*.

Dans certains ouvrages généraux d'histoire des mathématiques on trouve l'assertion que les Babyloniens opéraient avec des nombres négatifs. Ceci est une légende basée sur un malentendu. Certains textes énoncent parfois (pour de simples raisons de style, etc.), non pas qu'une grandeur A est plus grande qu'une autre grandeur B de d, mais que B est inférieure à A de d (nous verrons un exemple avec BM 13901 n° 10, page 49). Dans *les commentaires mathématiques* de Neugebauer, les deux expressions deviennent respectivement $A - B = d$ et $B - A = -d$ au lieu de $A = B + d$ et $B = A - d$ (ce qui certainement aurait été plus proche des textes antiques). Ainsi, les mathématiciens qui ne lisaient que les traductions en formules et non pas les explications de celles-ci (pour ne pas parler des textes, naturellement) ont trouvé des nombres négatifs « chez les Babyloniens ».

Comme l'a écrit Léon Rodet à propos de l'interprétation des textes mathématiques de l'Égypte ancienne : « Pour étudier l'histoire d'une science, tout comme pour obtenir quelque chose, "il vaut mieux avoir affaire au bon Dieu qu'à ses saints". »[19]

[19] Léon Rodet, *Journal asiatique*, septième série **18** (1881), p. 205.

BM 13901 n° 2

Face I

5. Ma confrontation de l'intérieur de la surface j'ai arrachée : 14`30. 1, le forjet,
6. tu poses. La demi-part de 1 tu brises, 30′ et 30′ fais tenir,
7. 15′ à 14`30 tu ajoutes : auprès de 14`30°15′, 29°30′ est égal.
8. 30′ que tu as fait tenir, à 29°30′ tu ajoutes : 30 est la confrontation.

Ce problème, sur une tablette qui contient au total 24 problèmes de difficulté croissante portant sur un ou plusieurs carrés, suit celui que nous venons d'examiner.

Que ce soit du point de vue des Babyloniens ou du nôtre, cet exercice est la contrepartie « naturelle » du précédent. Lorsque le premier ajoute, le second arrache. La méthode est identique : la transformation d'un rectangle en gnomon, suivi d'un complément quadratique.

Tout d'abord (ligne 5) le problème est formulé : *Ma confrontation de l'intérieur de la surface j'ai arrachée : 14`30.* Une fois encore le problème concerne donc un carré $\square(c)$, mais cette fois-ci la « confrontation » c est arrachée.

« Arracher » est une soustraction concrète, l'inverse de l'opération « ajouter », utilisée seulement quand ce qui est arraché fait partie de la grandeur dont il est arraché[20]. La « confrontation » c est donc vue comme faisant partie de (« l'intérieur » de) la surface. La figure 14A montre comment cela devient possible : la « confrontation » c est dotée d'une largeur (un « forjet ») de 1 et ainsi changée en rectangle $\sqsubset\!\sqsupset(c,1)$, positionné à l'intérieur du carré. Ce rectangle (indiqué en gris foncé) doit donc être arraché et ce qui reste, après que nous avons ainsi ôté $\sqsubset\!\sqsupset(c,1)$ de $\square(c)$, doit être 14`30. En symboles modernes, le problème peut s'exprimer :

$$\square(c) - c = 14`30\ .$$

[20] Par contre, l'opération inverse d'« empiler » n'est pas une soustraction mais une *séparation en éléments constitutifs*. Voir note 45, page 106.

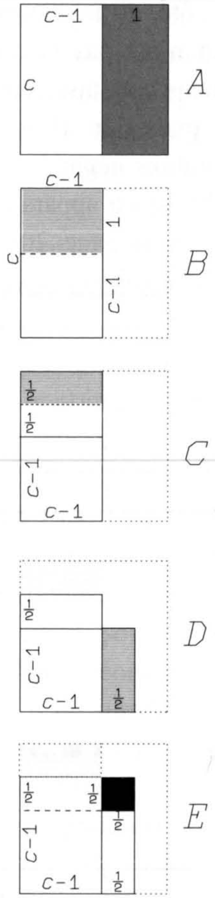


Figure 14. La procédure de BM 13901 n° 2

Une fois encore, nous connaissons du rectangle qui subsiste la différence entre la longueur (c) et la largeur (c – 1). Et une fois encore, cette différence équivaut à *1*, à savoir le forjet.

1, le forjet, tu poses. Sur la figure 14B, le rectangle $\sqsubset\!\sqsupset(c,c-1)$ est composé d'un carré (blanc) et d'un rectangle d'« excès » (indiquée en gris foncé) dont la largeur est le forjet 1.

La demi-part de 1 tu brises. Le rectangle d'excès, représenté par son côté 1, est divisé en deux demi-parts ; celle qui est à détacher est en gris sur la figure 14C.

Coupant et collant ce rectangle comme on le voit sur la figure 14D, nous obtenons de nouveau un gnomon, égal en surface au rectangle $\sqsubset\!\sqsupset(c,c-1)$, donc égal à 14`30.

30′ et 30′ fais tenir, 15′. Le gnomon est complété avec le petit carré noir « tenu » par les deux demi-parts. La surface du carré complémentaire (en noir sur la figure 14E) égale 30′×30′ = 15′.

Ensuite, on trouve la surface du carré complété : *15′ à 14`30 tu ajoutes : 14`30°15′.*

Le côté du carré complété est (c – 1) + $\frac{1}{2}$. Puisque sa surface est 14`30°15′, ce côté équivaut à 29°30′ : *auprès de 14`30°15′, 29°30′ est égal.*

En remettant en place la demi-part déplacée, nous retrouvons le côté du carré initial, qui sera 29°30′ + 30′ = 30 : *30′ que tu as fait tenir, à 29°30′ tu ajoutes : 30 est la confrontation.*

Nous voyons que cette fois-ci la « confrontation » est 30, et non pas 30′. La raison est simple et coercitive : à moins que c ne soit plus grand que 1, la surface serait plus petite que le côté, et nous aurions à arracher plus que ce qui est disponible. Cela n'est pas possible. Comme nous l'avons déjà souligné, les Babyloniens connaissaient les grandeurs « prédéterminées à être arrachées » ; mais rien, dans leur pensée mathématique, ne correspondait à nos nombres négatifs.

Nous voyons aussi que la paire (14`30°15′, 29°30′) n'apparaît pas dans la table des carrés et des racines carrées (voir page 20) ; le problème est donc construit à rebours, à partir d'une solution connue.

YBC 6967

Face

1. *Igibûm* excède *igûm* de 7.
2. *Igûm* et *igibûm* c'est quoi ?
3. Toi, 7 duquel *igibûm*
4. excède *igûm,*
5. en deux brise : 3°30′.
6. 3°30′ avec 3°30′
7. fais tenir : 12°15′.
8. À 12°15′ qui résulte pour toi,
9. 1` la surface ajoute : 1`12°15′.
10. L'égal de 1`12°15′ c'est quoi ? 8°30′.
11. 8°30′ et 8°30′, sa réplique, note.

Revers

1. 3°30′, le tenant,
2. de l'un arrache,
3. à l'autre ajoute.
4. L'un est 12, l'autre est 5.
5. 12 est *igibûm*, 5 est *igûm*.

Les problèmes du second degré concernant les rectangles sont plus répandus que ceux traitant de carrés. Deux problèmes types appartiennent à cette catégorie ; d'autres, plus complexes, se ramènent à ceux-là. Dans l'un, la surface et la somme des côtés du rectangle sont connues ; dans l'autre, la surface et la différence entre les côtés du rectangle sont données.

L'exercice proposé ci-dessus relève de ce dernier type – dans la mesure où nous négligeons le fait qu'il ne concerne pas du tout un rectangle mais une paire de nombres de la table des inverses (voir page 17 et figure 2). *Igûm* est la prononciation babylonienne du sumérien IGI, et *igibûm* celle de IGI.BI, « son IGI » (en effet, la relation entre les deux est symétrique : si 10′ est IGI de 6, alors 6 est IGI de 10′).

On s'attendrait à ce que le produit de *igûm* par *igibûm* soit 1 ; ce n'est pourtant pas le cas dans le texte présent, ici le produit est 1` (donc 60). Les deux nombres sont représentés par les côtés d'un rectangle de surface 1` (voir ligne F.9) ; la situation est illustrée par la figure 15A. Une fois encore nous avons donc affaire à un rectangle dont la surface ainsi que la différence entre la longueur et la largeur sont connus, à savoir respectivement 1` et 7.

Il faut souligner que la « représentation fondamentale » (les grandeurs géométriques mesurables) sert ici à représenter des grandeurs d'un autre type : les deux nombres *igûm* et *igibûm*. Dans notre algèbre, la situation est inversée : notre représentation fondamentale est constituée par des nombres abstraits, qui servent à représenter d'autres grandeurs : des prix, des poids, des vitesses, des distances, etc. (voir page 12).

Comme précédemment, le rectangle est transformé en gnomon, et comme d'habitude, le gnomon est complété par le carré tenu par les deux demi-parts de l'excès (lignes F.3 à 10). On peut suivre la procédure sur les figures 15B et 15C.

L'étape suivante est remarquable. La demi-part détachée et déplacée (« le tenant », c'est-à-dire ce qu'on avait *fait tenir* le carré complémentaire) dans la formation du gnomon est maintenant remise en place. Puisque c'est *la même* pièce qui est déplacée, il faut en principe qu'elle soit disponible avant qu'elle puisse être ajoutée. Il y a deux conséquences à cela ; d'abord, « l'égal » 8°30′ doit être « noté[21] » deux fois, comme nous le voyons sur la figure 15D : ainsi la

[21] Le verbe (*nadûm*) a une grande variété de sens. Parmi ceux-ci figurent les traductions « dessiner » ou « écrire (sur une tablette) » (comme le mot traduit

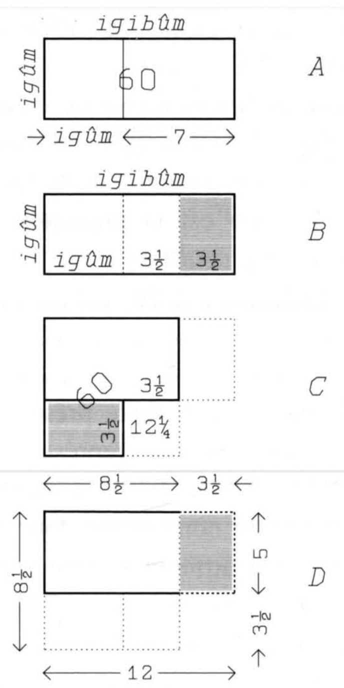


Figure 15. La procédure de YBC 6967

pièce peut être arrachée de l'un (après quoi il reste la largeur *igûm*) et ajoutée à l'autre (donnant la longueur *igibûm*). Ensuite, la soustraction doit précéder l'addition (lignes R.1 à 3), bien que d'ordinaire, les Babyloniens (tout comme nous) commençaient par additionner avant de soustraire (voir ci-dessus BM 13901 : le premier problème additionne le côté, le second le soustrait) : *3°30′, le tenant, de l'un arrache, à l'autre ajoute.*

Dans BM 13901 nº 1 et 2, le complément était ajouté au gnomon, ici c'est le gnomon qui est ajouté. Puisque les deux restent en place, les deux procédés sont possibles. En revanche, il serait impossible d'ajouter 8°30′ à 3°30′pour trouver l'*igibûm* : lorsqu'une grandeur reste en place et l'autre est déplacée, c'est toujours la dernière qui est ajoutée. Contrairement à notre addition et à « l'empilage » des Babyloniens, « l'ajout » n'est pas une opération symétrique.

« inscrire », d'ailleurs). Puisqu'il s'agit d'une valeur numérique, la dernière interprétation pourrait être préférable ici.

BM 13901 nº 10

Face II

11. Les surfaces de mes deux confrontations j'ai empilées, 21°15′.
12. (De) confrontation en confrontation, d'un septième il a diminué.
13. 7 et 6 tu inscris. Fais tenir 7 et 7, 49.
14. Fais tenir 6 et 6, 36 et 49 tu empiles :
15. 1`25. IGI de 1`25 n'est pas détaché. Quoi à 1`25
16. dois-je poser qui me donne 21°15′ ? Auprès de 15′, 30′ est égal.
17. 30′ à 7 élève : 3°30′ est la première confrontation.
18. 30′ à 6 élève : 3 est la seconde confrontation.

Nous retournons maintenant à la tablette qui propose une suite de problèmes sur les carrés. Le présent problème est l'un des plus simples sur deux carrés. Les lignes 11 et 12 contiennent l'énoncé : nous connaissons la somme des surfaces de deux carrés, et nous savons que le côté du second carré est plus court que celui du premier d'un septième. Si les côtés des deux carrés sont respectivement désignés par c_1 et c_2, nous avons donc

$$\square(c_1) + \square(c_2) = 21°15' \,, \quad c_2 = c_1 - \tfrac{1}{7}c_1 \,.$$

En d'autres termes, le rapport des deux côtés est de 7 à 6.

Ceci est la base d'une résolution à l'aide d'une « fausse position » (voir page 31). Les lignes 13 et 14 proposent la construction de deux « carrés modèles » de côtés 7 et 6 (« faisant tenir » ces côtés, voir figure 16), et calculent que leur surface totale sera égale à 49 + 36 = 1`25. Selon l'énoncé, la surface totale doit correspondre à 21°15′ ; par conséquent, la surface trouvée doit être réduite d'un facteur 21°15′/1`25. Or, 1`25 n'est pas un nombre « régulier » (voir page 18) – c'est-à-dire qu'il ne possède aucun IGI : *IGI de 1`25 n'est pas détaché.* Nous devons donc tirer le quotient « de notre chapeau » – ce que font les lignes 15 à 16, déclarant qu'il vaut 15′ (donc $\frac{1}{4}$). Pourtant, si la surface doit être réduite d'un facteur 15′, les côtés doivent être réduits d'un facteur 30′ : *auprès de 15′, 30′ est égal.* Reste enfin (lignes 17 et 18) à « élever » 7 et 6 à 30′.

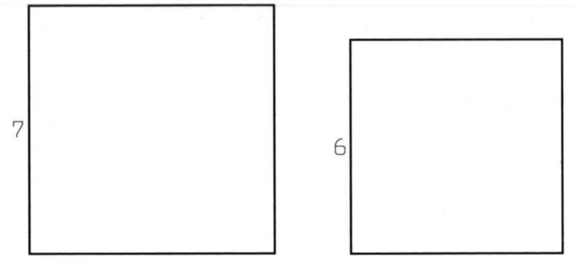


Figure 16. Les deux carrés de BM 13901 n° 10

La première « confrontation » est donc $7\cdot30' = 3°30'$, et la seconde $6\cdot30' = 3$[22].

BM 13901 n° 14

Face II

44. Les surfaces de mes deux confrontations j'ai empilées : 25′25″.
45. La confrontation, deux tiers de la confrontation et 5′ NINDAN.
46. 1 et 40′ et 5′ excédant 40′ tu inscris.
47. 5′ et 5′ fais tenir, 25″ de l'intérieur de 25′25″ tu arraches :

Revers I

1. 25′ tu inscris. 1 et 1 fais tenir, 1. 40′ et 40′ fais tenir,
2. 26′40″ à 1 tu ajoutes : 1°26′40″ à 25′ tu élèves,
3. 36′6″40‴ tu inscris. 5′ à 40′ tu élèves : 3′20″
4. et 3′20″ fais tenir, 11″6‴40⁗ à 36′6″40‴ tu ajoutes :
5. auprès de 36′17″46‴40⁗, 46′40″ est égal. 3′20″ que tu as fait tenir
6. de l'intérieur de 46′40″ tu arraches. 43′20″ tu inscris.
7. IGI de 1°26′40″ n'est pas détaché. Quoi à 1°26′40″

[22] On pourrait croire un peu différente l'idée sous-jacente, et supposer que les carrés originaux seraient divisés respectivement en 7×7 et 6×6 petits carrés, dont le nombre total serait 1`25, chacun ayant donc une surface égale à $\frac{21°15'}{1`25} = 15'$ et un côté égal à 30′. Cette interprétation est cependant contredite par l'emploi de l'opération « faire tenir » : en effet, les carrés initiaux sont déjà là, et il n'y a donc aucun besoin de les construire (en TMS VIII no 1 nous allons rencontrer une sous-division en petits carrés, et dans ce cas leur nombre est effectivement trouvé par « élévation » – voir page 82).

8. dois-je poser qui 43′20″ me donne ? 30′ est son *bandûm*.
9. 30′ à 1 tu élèves : 30′ est la première confrontation.
10. 30′ à 40′ tu élèves : 20′, et 5′ tu ajoutes :
11. 25′ est la seconde confrontation.

Ce problème concerne également deux carrés (lignes F.II.44 à 45).[23] La formulation obscure à la ligne 45 signifie que la seconde « confrontation » vaut deux tiers de la première, et 5′ NINDAN en sus. Si on note c_1 et c_2 les deux « confrontations », la ligne 44 nous informe que la somme des surfaces est $\square(c_1) + \square(c_2) = 25'25''$, tandis que la ligne 45 énonce que $c_2 = 40'\cdot c_1 + 5'$.

Ce problème ne se résout pas moyennant une simple fausse position, où un nombre hypothétique est pris pour l'inconnue : cela ne marche que pour les problèmes homogènes[24]. Les nombres 1 et 40′ à la ligne 46 indiquent la route effectivement choisie : c_1 et c_2 sont exprimés en fonction d'une *nouvelle grandeur*, disons c :

$$c_1 = 1\cdot c\ ,\quad c_2 = 40'\cdot c + 5'\ .$$

Cela correspond à la figure 17. Elle montre comment le problème se ramène à une question plus simple ne traitant que d'un seul carré, à savoir $\square(c)$. Il est évident que le premier des deux carrés ($\square(c_1)$) est $1\times1\ \square(c)$, mais ce calcul doit attendre la ligne R.I.1. Dans un premier temps, le texte considère donc $\square(c_2)$, qui donne plusieurs contributions. D'abord, le carré de côté 5′ dans le coin à droite en bas : *5′ et 5′ fais tenir, 25″*. Cette contribution est soustraite de la somme 25′25″ des deux surfaces : *25″ de l'intérieur de 25′25″ tu arraches : 25′ tu inscris*. Le 25′ qui reste doit maintenant être identifié en relation avec la surface et le côté du nouveau carré $\square(c)$.

[23] Le texte de ce problème est très endommagé. Le problème no 24 de la même tablette, traitant de trois carrés mais par ailleurs strictement parallèle, permet une réconstruction sure.

[24] En effet, le nombre provisoirement posé doit être réduit d'un facteur qui correspond à l'erreur qui se trouve être commise ; mais si nous réduisons les valeurs posées pour c_1 et c_2 d'un certain facteur – disons $\frac{1}{5}$ – alors le 5′ en plus sera réduit du même facteur, donc à 1′. Après réduction nous aurions en conséquence $c_2 = \frac{2}{3}c_1 + 1'$.

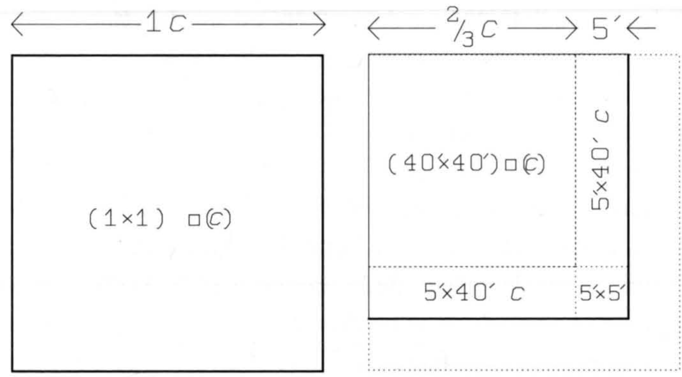


Figure 17. Les deux carrés de BM 13901 n° 14

$\square(c_1)$, comme nous l'avons déjà dit, est $1\times1 = 1$ fois la surface de $\square(c)$: *1 et 1 fais tenir, 1*[25]. Après l'élimination du coin 5′×5′, il reste de $\square(c_2)$ d'abord un carré $\square(40'c)$ et ensuite deux « ailes », sur lesquelles nous reviendrons ultérieurement. La surface du carré $\square(40'c)$ est $(40'\times40')\ \square(c) = 26'40''\ \square(c)$: *40′ et 40′ fais tenir, 26′40″*. En tout nous avons donc $1 + 26'40'' = 1°26'40''$ surfaces carrés $\square(c)$: *26′40″ à 1 tu ajoutes, 1°26′40″*.

Chaque « aile » a la forme d'un rectangle $\sqsubset\!\sqsupset(5',40'c)$, dont la surface peut s'écrire $5'\cdot40'c = 3'20''c$: *5′ à 40′ tu élèves, 3′20″*. Tout compte fait, nous avons donc l'équation suivante :

$$1°26'40''\square(c) + 2\cdot3'20''c = 25' .$$

Cette équation nous confronte à un problème que le calculateur babylonien avait déjà détecté à la ligne 2, et qui l'a incité à repousser le calcul des ailes à plus tard. En termes modernes, l'équation n'est pas « normalisée », c'est-à-dire que le coefficient du terme du second degré n'est pas 1. Du point de vue des Babyloniens, la difficulté réside dans le fait que le nombre des surfaces du carré (« tant qu'il y a de surfaces », dans la terminologie de TMS XVI) diffère de 1 – voir la figure 18 à gauche, où nous avons une somme de α surfaces d'un carré (un rectangle blanc $\sqsubset\!\sqsupset(c,\alpha c)$) et β côtés (un rectangle grisé $\sqsubset\!\sqsupset(c,\beta)$), correspondant à l'équation suivante :

[25] C'est ce calcul scrupuleux qui montre que l'auteur pense vraiment à un *nouveau* carré, et n'exprime pas $\square(c_2)$ en fonction de c_1 et $\square(c_1)$.

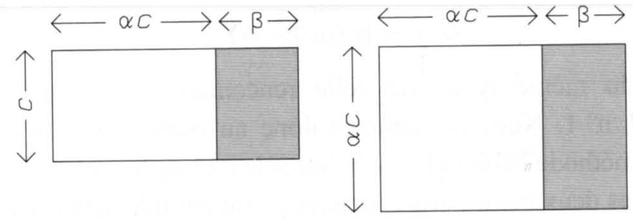


Figure 18. Transformation du problème $\alpha\square(c) + \beta c = \Sigma$

$$\alpha\square(c) + \beta c = \Sigma$$

(dans le cas actuel, $\alpha = 1°26'40''$, $\beta = 2\cdot3'20''$, $\Sigma = 25'$). Nous ne pouvons donc pas utiliser notre procédure habituelle de découpage-recollage. « Brisant » β et « faisant tenir » les deux demi-parts du rectangle $\sqsubset\!\sqsupset(c,\beta)$ nous n'obtenons pas de gnomon.

Les Babyloniens contournaient la difficulté par un artifice montré à droite de la figure 18 : l'échelle de la configuration est changée dans le sens vertical, de telle sorte que le côté soit αc au lieu de c ; en conséquence, la somme des deux surfaces n'est plus 25′ mais $\alpha\cdot25' = 1°26'40''\cdot25' = 36'6''40'''$: *1°26′40″ à 25′ tu élèves, 36′6″40‴ tu inscris*. Comme nous le voyons, le nombre β de côtés n'est pas modifié dans l'opération, seulement la valeur du côté, à savoir de c en αc[26].

En langage symbolique moderne, cet artifice correspond à une multiplication des deux membres de l'équation

$$\alpha c^2 + \beta c = \Sigma$$

par α, ce qui produit une équation normalisée avec l'inconnue αc :

[26] Cet astuce était toujours utilisé dans la résolution de problèmes non normalisés, et il n'y a aucune raison d'imaginer que les Babyloniens avaient besoin d'effectuer une représentation comme la figure 18. Ils ont pu s'imaginer que l'échelle *de mesure* était changée dans une direction – nous savons par d'autres textes que leurs diagrammes pouvaient être très grossiers, tels de simples diagrammes de structure – rien de plus que le support nécessaire pour la pensée. Tout ce dont ils avaient besoin était donc de multiplier la somme Σ par α, et ils pouvaient le faire avant de calculer β.

$$(\alpha c)^2 + \beta\cdot(\alpha c) = \alpha\Sigma\ ,$$

équation du même type que celle rencontrée lors de l'étude de BM 13901 n° 1. Nous en sommes donc au point où nous pouvons utiliser la méthode habituelle : « briser » le rectangle ombré et faire en sorte que les deux demi-parts « tiennent » un complément quadratique (voir figure 19 ; la demi-part extérieure est indiquée en gris clair dans sa position initiale et en gris foncé dans la position là où elle sera portée). Maintenant, et seulement maintenant, le calculateur a besoin de connaître le nombre de côtés contenue dans le rectangle grisé de la figure 18 (donc de déterminer β). Comme cela est dit plus haut, chaque « aile » contribue pour une valeur de 5′·40′ = 3′20″ côtés. Si le calculateur avait opéré de façon mécanique, il aurait maintenant trouvé β en multipliant par 2. Il ne le fait pas. Il sait en effet que les deux « ailes » constituent l'excès qui va être « brisé » en deux demi-parts. Il peut donc directement « faire tenir » 3′20″ et 3′20″, produisant ainsi le carré complémentaire, et ajouter la surface 11″6‴40⁗ trouvée au gnomon 36′6″40‴ : *3′20″ et 3′20″ fais tenir, 11″6‴40⁗ à 36′6″40‴ tu ajoutes : 36′17″46‴40⁗.*

36′17″46‴40⁗ est donc la surface du carré complété. En conséquence, son côté est $\sqrt{36'17''46'''40''''}$ = 46′40″ : *auprès de 36′17″46‴40⁗, 46′40″ est égal.* Ce nombre représente 1°26′40″·c + 3′20″ ; 1°26′40″c vaut donc 46′40″ – 3′20″ = 43′20″ : *3′20″ que tu as fait tenir, de l'intérieur de 46′40″ tu arraches. 43′20″ tu inscris.* Ensuite, il faut trouver la valeur de c. 1°26′40″ est un nombre irrégulier, et le quotient 46′40′′/1°26′40′ est donné directement (avec un terme emprunté au sumérien BA.AN.DA qui *peut-être* signifie « ce qui se met à côté ») avec la valeur 30′ : *IGI de 1°26′40″ n'est pas détaché. Quoi à 1°26′40″ dois-je poser qui 43′20″ me donne ? 30′ est son bandûm.* À la fin, les valeurs de c_1 et c_2 sont calculées, comme étant respectivement égales à $c_1 = 1\cdot c$ = 30′[27] et $c_2 = 40'\cdot c + 5'$ = 25′ : *30′ à 1 tu élèves : 30′ est la première*

[27] Que la valeur de c_1 soit calculée comme étant égale à $1\cdot c$ et non directement identifiée avec c confirme que nous avons travaillé avec un *nouveau* côté c.

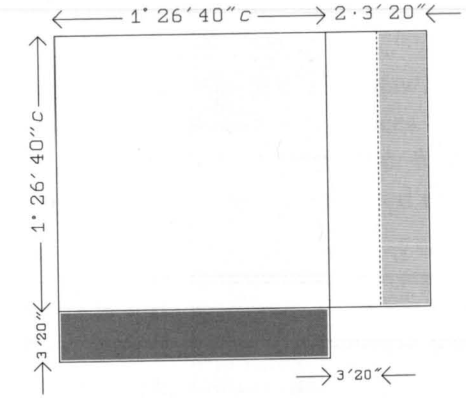


Figure 19. BM 13901 n° 14, le problème normalisé

confrontation. 30′ à 40′ tu élèves : 20′, et 5 tu ajoutes : 25′ est la seconde confrontation.

Le problème est résolu.

TMS IX n° 1 et 2

N° 1

1. La surface et 1 longueur empilées, 40′. ¿30′, la longueur?, 20′, le front.

2. Quand 1 longueur à 10′, la surface, a été ajoutée,

3. ou 1, (comme) socle, à 20′, le front, a été ajouté,

4. ou 1°20′ ¿est posé? au front qui avec 30′, la longueur, ¿tient? 40′,

5. ou 1°20′ avec 30′, la longueur, tient, 40′ est son nom.

6. Puisque ainsi, à 20′, le front, comme il t'a été dit,

7. 1 a été ajouté : 1°20′ tu vois. À partir d'ici

8. tu demandes. 40′ est la surface, 1°20 le front, la longueur c'est quoi ?

9. 30′ est la longueur. Ainsi est la procédure.

N° 2

10. Surface, longueur et front empilés, 1. Selon (la procédure) akkadienne.

11. 1 à la longueur ajoute. 1 au front ajoute. Puisque 1 à la longueur est ajouté,

12. 1 au front est ajouté, 1 et 1 fais tenir, 1 tu vois.

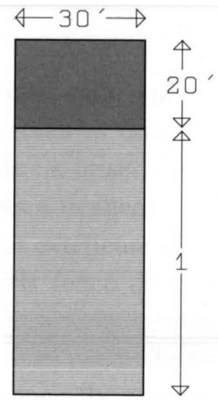


Figure 20. TMS IX, n° 1

13. 1 à la pile de longueur, front et surface ajoute, 2 tu vois.

14. À 20′, le front , 1 ajoute, 1°20′. À 30′, la longueur, 1 ajoute, 1°30′.

15. ¿Puisque? une surface, celle de 1°20′ comme front, de 1°30′ comme longueur,

16. ¿la longueur? avec le front tient, quoi est son nom ?

17. 2, la surface.

18. Telle (est) la (procédure) akkadienne.

Comme TMS XVI, les sections n° 1 et 2 de ce texte ne résolvent aucun problème[28]. Ce qu'elles offrent est une explication pédagogique du sens que l'on doit donner à l'addition de surfaces et de côtés, et des procédures à utiliser. Au début, le texte expose deux situations différentes : une première où la somme de la surface et de la longueur est connue, et une seconde où la somme de la surface, de la longueur et du front est connue. Dans le problème n° 3 (que nous verrons dans le prochain chapitre), un problème est énoncé et résolu.

La figure 20 suit l'explication du texte de la première situation, celle où la somme de la surface et de la longueur est connue. Parallèlement à notre transformation symbolique

[28] La tablette est assez endommagée ; comme nous nous souvenons, les passages en ¿...? sont des reconstructions qui rendent le sens (qui peut être déduit du contexte) mais pas nécessairement les mots précis de l'original.

$$\ell \cdot f + \ell = \ell \cdot f + \ell \cdot 1 = \ell \cdot (f + 1) ,$$

le front est allongé d'un « socle[29] ». Cela mène à toute une série d'explications, mutuellement dépendantes et liées par « ou ... ou ... ou », d'une manière curieusement semblable à celle que nous employons aujourd'hui dans les transformations d'une équation :

« $2a^2 - 4 = 4$, ou $2a^2 = 4 + 4$, ou $a^2 = 4$, ou $a = \pm\sqrt{4} = \pm 2$ » .

La ligne 2 parle de la surface comme 10′. Cela montre que tant la longueur que le front sont supposés être connus tous les deux. La tablette est cassée, et il n'est donc pas possible de savoir si la longueur était donnée explicitement à la ligne 1. Le front, au moins, *est* donné, comme nous voyons à la ligne 3, et de nouveau à la ligne 6.

À la fin, les lignes 7 à 9 montrent comment on peut trouver la longueur si l'on connaît le front et la somme de la surface et de la longueur (par une division non explicitée).

L'énoncé n° 2 nous confronte avec une situation plus complexe, où la somme de la surface et des deux côtés est connue (voir figure 21) : la longueur ainsi que le front sont prolongés par 1 ; cela produit, d'abord, deux rectangles $\sqsubset\!\sqsupset(\ell,1)$ et $\sqsubset\!\sqsupset(f,1)$, dont les surfacse sont respectivement égales à la longueur et au front. Mais, en plus de cela nous avons un coin carré $\square(1,1)$, qui doit être ajouté à la somme initiale ; la surface totale du rectangle de longueur $\ell + 1$ (= 1°30′) et de front $f + 1$ (= 1°20′) sera donc 1 + 1 = 2 ; un contrôle confirme que le rectangle tenu par ces deux côtés a effectivement une surface égale à 2.

Cette méthode a un nom, ce qui est très rare dans les textes mathématiques babyloniens. Elle s'appelle « (la procédure) akkadienne ». Akkadien est la désignation commune de la langue dont les dialectes principaux sont le babylonien et l'assyrien (voir l'encadré « Rudiments d'histoire générale »), et en même temps le nom qui désigne ce qui était la plus importante population non-sumérienne

[29] Le mot KI.GUB.GUB est un composé sumérien, inconnu par ailleurs (et peut-être une construction artificielle *ad hoc*). Il semble signifier quelque chose qui est posé de manière stable sur la terre.

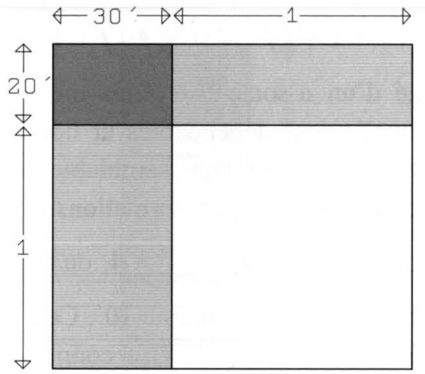


Figure 21. TMS IX, n° 2

durant le III[e] millénaire ; plusieurs indices suggèrent (parmi eux le texte présent) que l'école des scribes s'est inspirée, pour son « algèbre », de la pratique d'une profession d'arpenteurs akkadiens (nous aborderons ce sujet à la page 114). Cette méthode « akkadienne », en effet, n'est rien d'autre qu'un *complément quadratique* (légèrement atypique, il est vrai), la base de toute résolution de problèmes mixtes du second degré (soit géométriques, soit, comme chez nous, se rattachant à une algèbre de nombres) ; et c'est donc exactement cette base qui semble porter le nom de « (procédure) akkadienne ».

Chapitre 3

Problèmes complexes du second degré

Le chapitre précédent présentait les méthodes employées par les Babyloniens pour traiter les problèmes fondamentaux du second degré. Toutefois, la notion même de « fondamental » révèle qu'ils travaillaient aussi sur d'autres problèmes de nature plus complexe. Ces problèmes-là sont examinés dans le présent chapitre, qui débute avec le troisième problème de la tablette dont nous venons d'étudier l'introduction pédagogique.

TMS IX n° 3

19. Surface, longueur et front empilés, 1 est la surface. 3 longueurs, 4 fronts empilés,
20. son 17[e] au front ajouté, 30´.
21. Toi, 30´ à 17 va : 8°30´ tu vois.
22. à 17 fronts, 4 fronts ajoute, 21 tu vois.
23. 21, tant qu'il y a de fronts, pose. 3, de trois longueurs,
24. 3, tant qu'il y a de longueurs, pose. 8°30, quel est son nom ?
25. 3 longueurs et 21 fronts empilés.
26. 8°30´ tu vois.
27. 3 longueurs et 21 fronts empilés.
28. Puisque 1 à la longueur est ajouté et 1 au front est ajouté, fais les tenir :
29. 1 à la pile de surface, longueur et front ajoute, 2 tu vois,
30. 2, la surface. Puisque la longueur et le front de 2, la surface,
31. 1°30´, la longueur, avec 1°20´, le front ont été fait tenir,
32. 1. l'ajouté à la longueur, et 1, l'ajouté au front,
33. fais tenir, 1 tu vois, 1 et 1, toutes les choses, empile, 2 tu vois.
34. 3 ¿...?, 21 ¿...? et 8°30´ empile, 32°30´ tu vois.
35. Ainsi tu demandes.
36. ¿...? de fronts, à 21, la pile :
37. ¿...? à 3, longueurs, élève,
38. 1`3 tu vois. 1`3 à 2, la surface, élève :

39. 2`6 tu vois, ¿2`6 la surface?. 32°30′, la pile, brise, 16°15′ tu vois.
40. 16°15′, la réplique, pose, fais tenir,
41. 4`24°3′45″ tu vois. 2`6
42. de 4`24°3′45″ arrache, 2`18°3′45″ tu vois.
43. Quoi est égal ? 11°45′ est égal, 11°45′ à 16°15′ ajoute,
44. 28 tu vois. Du 2e arrache, 4°30′ tu vois.
45. IGI de 3, les longueurs, détache, 20′ tu vois. 20′ à 4°30′
46. élève : 1°30′ tu vois,
47. 1°30′ est la longueur de 2, la surface. Quoi à 21, les fronts, dois-je poser
48. qui 28 me donne ? 1°20′ pose, 1°20 est le front
49. de 2, la surface. Retourne. 1 de 1°30′ arrache,
50. 30′ tu vois. 1 de 1°20′ arrache,
51. 20′ tu vois.

Nous avons ici (lignes 19 et 20) un système de deux équations concernant un rectangle, l'une du premier et l'autre du second degré. La première est du même type que l'équation de TMS XVI n° 1 (voir page 25). La seconde coïncide avec celle qu'examine le problème n° 2 du texte présent (voir page 55). En traduction symbolique, le problème peut s'écrire :

$$\tfrac{1}{17}(3\ell + 4f) + f = 30' \;, \quad \sqsubset\!\sqsupset(\ell,f) + \ell + f = 1 \;.$$

Conformément à ce que nous avons vu en d'autres occasions, le calculateur multiplie l'équation du premier degré par 17 (utilisant le verbe akkadien pour « aller », voir page 15), ce qui nous donne des coefficients entiers (*tant qu'il y a*) :

$$3\ell + (4 + 17)f = 3\ell + 21f = 17\cdot 30' = 8°30' \;.$$

Ce calcul est effectué dans les lignes 21 à 25, tandis que les lignes 26 et 27 résument le résultat.

Les lignes 28 à 30 reprennent l'astuce utilisée dans le problème n° 2 de ce même texte (voir figure 21) : la longueur et le front sont prolongés de 1, et le carré qui en résulte quand les deux « ajoutés[30] » « tiennent » est ajouté à « la pile » $\sqsubset\!\sqsupset(\ell,f) + \ell + b$; ce qui

[30] Comme « l'ajout » de la page 33, le mot est dérivé du verbe « ajouter », mais la forme est différente ; ainsi, les traductions sont différentes aussi.

en résulte est une « surface 2 », dont le sens est expliqué de nouveau aux lignes 30 à 33.

Les lignes 34 à 37 sont très endommagées, et il n'est malheureusement pas possible de les reconstituer. Toutefois, les nombres suffisent pour suivre le déroulement du calcul. Introduisons les grandeurs $\lambda = \ell + 1$ et $\phi = f + 1$ – le texte les désigne comme longueur et front « de la surface 2 ». En d'autres termes, $\sqsubset\!\sqsupset(\lambda,\phi) = 2$. En outre,

$$\begin{aligned} 3\lambda + 21\phi &= 3\cdot(\ell + 1) + 21\cdot(f + 1) \\ &= 3 + 21 + 3\ell + 21f \\ &= 3 + 21 + 8°30' \\ &= 32°30' \;. \end{aligned}$$

Pour faciliter la compréhension de ce qui suit, introduisons encore

$$L = 3\lambda \;, \quad F = 21\phi$$

(rappelons que le texte ne donne pas de noms à ces grandeurs – contrairement à λ et ϕ, qui sont nommés « longueur/front de la surface 2 »). Les lignes 36 à 39 calculent que

$$\sqsubset\!\sqsupset(L,F) = (21\cdot 3)\cdot 2 = 1`3\cdot 2 = 2`6 \;,$$

et nous avons donc

$$L + F = 32°30' \;, \quad \sqsubset\!\sqsupset(L,F) = 2`6 \;.$$

Ceci nous amène à la ligne 39, et à un problème type que nous n'avons pas encore rencontré : un rectangle dont nous connaissons la surface et la *somme* des deux côtés.

Une fois de plus, la méthode proposée est celle du découpage-recollage (voir figure 22). Comme auparavant, le segment connu est « brisé » ; maintenant ce segment est la somme de L et F, avec le rectangle qui en dépend. Ce rectangle est le rectangle en tracé plein $\sqsubset\!\sqsupset(L,F)$ prolongé par le carré en tracé pointillé $\square(L)$ à droite. Par la suite, nous faisons en sorte que les deux demi-parts du segment « tiennent » un carré (lignes 39 à 40). Dans le bas de la figure, l'aire qui est déplacée est représentée en gris clair là où elle est découpée, et en gris foncé là où elle est recollée.

Une partie du carré $\square(16°15')$ qui est « tenu » est constituée par un gnomon dont nous connaissons la surface, puisqu'il résulte de la recombinaison de notre rectangle $\sqsubset\!\sqsupset(L,F)$. Nous connaissons en outre

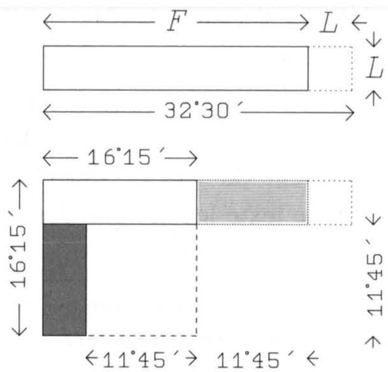


Figure 22. La méthode de découpage-recollage de TMS IX n° 3

la superficie totale du carré : 16°15′×16°15 = 4`24°3′45″ (lignes 40 et 41). Quand le gnomon est arraché (lignes 41 et 42), il nous reste donc 2`18°3′45″ pour la superficie du carré complémentaire. Son côté (« ce qui est égal auprès de 2`18°3′45″ ») vaut 11°45′, qu'il faut ensuite éliminer de l'une des deux « copies » de 16°15′ (ce qui nous donne L) et ajouter à l'autre (ce qui nous donne F). Cette fois-ci, cependant, ce n'est pas *la même* pièce qui est éliminée et ajoutée ; il n'y a donc aucune raison d'arracher avant d'ajouter, comme en YBC 6967 (page 47), et la préséance « normale » de l'addition prévaut. Les lignes 43 à 44 trouvent F = 28 et L = 4°30′. Finalement, le texte calcule ℓ et f – nous nous souvenons que $L = 3\lambda$, $\lambda = \ell + 1$, $F = 21\phi$, $\phi = f + 1$. Puisque 28 n'a pas d'IGI, ligne 48 énonce que 21·1°20′ = 28.

AO 8862 n° 2

I

30. Longueur, front. Longueur et front
31. j'ai fait tenir, une surface j'ai bâtie.
32. Je l'ai contournée. La moitié de la longueur
33. et le tiers du front
34. à l'intérieur de ma surface
35. j'ai ajoutés : 15.
36. Je suis retourné. Longueur et front

37. j'ai empilés : 7.

II

1. Longueur et front quoi ?
2. Toi, pour procéder,
3. 2, l'inscription de la moitié,
4. et 3, l'inscription
5. du tiers, tu inscris :
6. IGI de 2, 30′, tu détaches :
7. 30′ pas de 7, 3°30′ ; à 7,
8. les empilées, longueur et front,
9. je porte :
10. 3°30′ de 15, mes empilés,
11. retranche :
12. 11°30′ est le reste.
13. Pas plus loin ! Fais tenir 2 et 3 :
14. 3 pas de 2, 6.
15. IGI de 6, 10′ il te donne.
16. 10′ de 7, tes empilés,
17. longueur et front, j'arrache :
18. 6°50′ est le reste.
19. Sa demi-part, de 6°50′, je brise :
20. 3°25′ il te donne.
21. 3°25′ jusqu'à deux fois
22. tu inscris : 3°25′ pas de 3°25′,
23. 11°40′25″ ; de l'intérieur
24. 11°30′ j'arrache :
25. 10′25″ est le reste. Auprès de 10′25″, 25′ est égal.
26. Au premier 3°25′
27. 25′ tu ajoutes : 3°50′,
28. et ce que des empilés
29. de longueur et front j'ai arraché
30. à 3°50 tu ajoutes :
31. 4 est la longueur. De l'autre 3°25′
32. 25′ j'arrache : 3 est le front.
32a. 7 est les empilés.
32b. 4, la longueur
3, le front 12, la surface

Les deux premiers mots de la première ligne (I.30) indiquent que nous avons affaire avec une figure qui est pleinement caractérisée par sa longueur et son front, donc avec un rectangle (cf. page 26) – ou plutôt avec un champ rectangulaire, on reconnaît dans le texte diverses références à la pratique des arpenteurs.

Avant d'étudier la procédure, concentrons-nous sur quelques aspects de la formulation du texte. À la ligne I.31 nous voyons que l'opération de « faire tenir » ne produit pas immédiatement une valeur numérique (puisque les mesures des côtés sont pour le moment inconnues, il serait en effet difficile d'indiquer un nombre). Le texte dit seulement qu'une surface a été « bâtie » – on doit probablement imaginer qu'elle a été marquée sur le terrain. Ensuite, lorsque deux segments connus doivent « tenir » (lignes II.13 à 14, et peut-être II.21 à 22), le calcul de la surface apparaît comme une opération distincte, décrite avec les mots de la table de multiplication. Finalement, nous observons que le texte définit la somme obtenue par un substantif au pluriel : « les empilés » (à comprendre comme « les grandeurs empilées »). Comme ce texte semble appartenir à la première phase de l'adoption de l'algèbre par l'école des scribes (antérieure à 1750 avant notre ère), ces particularités pourraient donner des informations sur les idées sous-jacentes de l'algèbre babylonienne – des idées qui seront moins visibles au fur et à mesure que la langue se standardisera.

Le sujet du problème est donc un rectangle. Les lignes I.36 à 37 nous indiquent que la pile de la longueur et du front est 7, et les lignes I.32 à 35 que l'ajout de la moitié de la longueur et du tiers du front à la surface produit 15[31] :

$$\sqsubset\!\sqsupset(\ell,f) + \tfrac{1}{2}\ell + \tfrac{1}{3}f = 15\ , \quad \ell + f = 7\ .$$

La partie supérieure de la figure 23 illustre ces données, avec 2 et 3 « inscrits comme inscription » de $\frac{1}{2}$, respectivement $\frac{1}{3}$ des forjets 1[32] de la longueur et du front (lignes II.2 à 5) ; la figure en tracé plein a donc une surface égale à 15.

La résolution *aurait* pu se dérouler selon le modèle de TMS IX nº 3 (page 59). En effet, l'introduction d'une « longueur allongée » $\lambda = \ell + \frac{1}{3}$ et d'un « front allongé » $\phi = f + \frac{1}{2}$, et l'addition (selon la « procédure akkadienne ») du rectangle $\sqsubset\!\sqsupset(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ qui fait défaut dans le coin où 2 et 3 sont « inscrits », aurait réduit le problème au problème type :

$$\sqsubset\!\sqsupset(\lambda,\phi) = 15 + \sqsubset\!\sqsupset(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{3}) = 15°10'\ ,$$
$$\lambda + \phi = 7 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} = 7°50'\ .$$

Pourtant, le texte présent ne procède pas ainsi : l'algèbre babylonienne était un instrument flexible, pas une collection de recettes à suivre à la lettre. Le texte trouve la moitié de 7 (donc de la somme de la longueur et du front) et « porte » le résultat 3°30′ aux « empilés, longueur et front ». « Porter » n'est pas une nouvelle opération de calcul – le calcul vient après. Il faut prendre le texte à la lettre, le rectangle $\sqsubset\!\sqsupset(\ell + f, \frac{1}{2})$ (représenté par le nombre 3°30′) est porté physiquement à l'endroit où longueur et front (pourvus avec les largeurs $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$) se trouvent. Alors il devient possible de retrancher le rectangle $\sqsubset\!\sqsupset(\ell + f, \frac{1}{2})$ (tant qu'il se trouve dans un autre endroit cela n'aurait pas de sens). En bas de la figure 23 l'aire qui est éliminée est représentée grisée et noire : le reste, en blanc, sera égal à 11°30′. Durant l'opération, il est évident que la moitié de la longueur

[31] Notons que la moitié dont il s'agit ici est une fraction comme les autres, traitée à égalité avec le tiers. Elle n'est donc pas considérée comme une demi-part, et le texte la calcule moyennant une multiplication par 30′, non pas à force de « briser ».
Notons également que la moitié de la longueur et le tiers du front sont « ajoutés » à la surface, et non « empilés » avec elle. Un petit nombre d'autres textes de cette première phase présentent la même caractéristique. Il semble que les arpenteurs opéraient avec des bandes possédant une largeur sous-entendue de 1 ; cette pratique se retrouve dans bien d'autres traditions pré-modernes d'arpentage, et elle s'accorde bien avec la conception babylonienne des surfaces (inhérente dans la métrologie des volumes, qui coïncide avec celle des surfaces) possédant une épaisseur implicite de 1 KÙŠ (voir page 13). Le « forjet » et le « socle » de BM 13901 et TMS IX no 1 sont probablement des innovations introduites par l'école, permettant de penser aux segments comme vraiment unidimensionnels et en même temps permettant de les transformer en rectangles de largeur 1.

[32] L'absence de cette notion dans le texte analysé ici ne doit pas nous empêcher de l'adopter comme terme technique de portée générale.

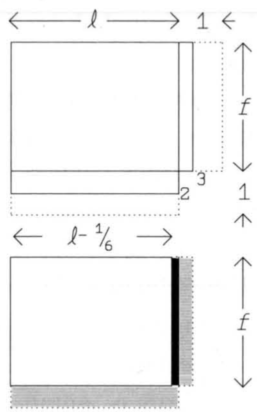


Figure 23. La réduction de AO 8862 n° 2

qui avait été ajoutée dans l'énoncé (grisée) a été éliminée. Mais en même temps, plus du tiers du front (également grisé) a disparu. Combien en plus exactement ?

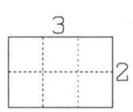


Figure 24

Il serait simple de soustraire 20′ (= $\frac{1}{3}$) de 30′ (= $\frac{1}{2}$), mais apparemment pas assez informatif (à moins qu'il s'agisse d'une réminiscence d'une méthode utilisée par des arpenteurs pas encore entraînés à l'usage du système sexagésimal de position). Quoi qu'il en soit, le texte introduit une digression par la tournure « pas plus loin ! ». Un rectangle ⊏⊐(3,2) est construit (peut-être faut-il se l'imaginer dans le coin où 2 et 3 sont « inscrits » sur la figure 23 ; en tout cas, la figure 24 représente la situation). Sans d'autres arguments, on voit que la moitié excède le tiers d'un sur six petits carrés (voir figure 24), donc d'un sixième – un autre raisonnement du type « fausse position ». Exceptionnellement, IGI de 6 n'est pas « détaché » mais « donné » (à savoir par la table des inverses).

Ainsi, nous savons que nous avons éliminé, en plus du tiers du front, une pièce ⊏⊐(f,10′) (indiquée en noir) ; si $\lambda = \ell - 10'$, nous aurons en conséquence :

$$\lambda + f = 7 - 10' = 6°50' \ , \quad ⊏⊐(\lambda, f) = 11°30' \ .$$

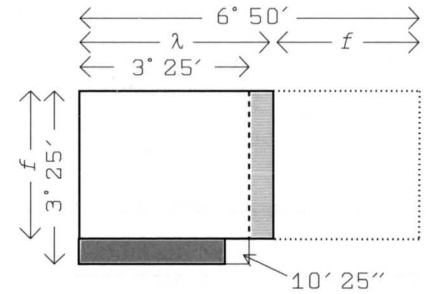


Figure 25

Nous avons donc de nouveau un rectangle dont nous connaissons la surface et la somme de la longueur et du front. La procédure est la même qu'en TMS IX n° 3 – voir figure 25 ; comme auparavant, l'aire qui est déplacée est indiquée en gris clair là où elle est découpée, et en gris foncé là où elle est recollée. La seule différence est terminologique : en TMS IX n° 3, les deux demi-parts sont « fait tenir », ici elles sont « inscrites » – mais comme une multiplication d'un nombre par un nombre suit directement, nous avons affaire avec la construction habituelle d'un rectangle (voir lignes II.13 à 14)[33].

On observe que l'addition finale du côté du carré complémentaire précède la soustraction, comme en TMS XI n° 3. Dans les deux cas, en effet, il ne s'agit pas du déplacement *d'une même pièce* qui, pour cette raison, doit être disponible avant qu'elle puisse être ajoutée.

[33] Il n'est pas tout à fait exclu que le texte décrive non pas une construction mais l'inscription de 3°25′ deux fois sur une tablette brouillon, suivie par le produit numérique. Il existe de tels exemples sur des tablettes de calcul élémentaire. Même l'inscription de 2, suivi par son IGI (II.3 et 6) pourrait correspondre à ce type de tablette. Dans ce cas, on devrait pourtant s'attendre à ce que le détachement de l'IGI suive directement après l'inscription du nombre ; en outre, l'inscription de 3 à la ligne II.4 n'est pas suivi par son IGI, ce qui en fin de compte va à l'encontre une telle lecture des lignes II.3 à 6 et II.21 à 22.

VAT 7532

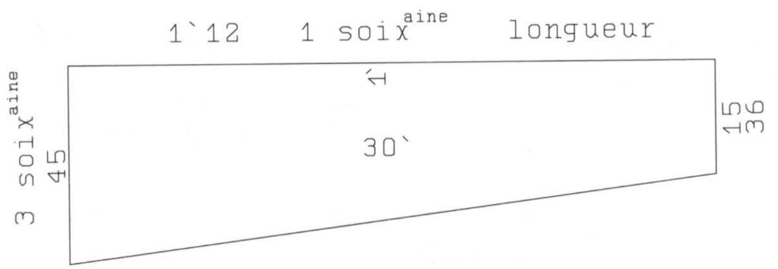


Figure 26. Le diagramme de VAT 7532
Le « front supérieur » est à gauche.

Face

1. Un trapèze. J'ai coupé un roseau. J'ai pris le roseau alors qu'il était intact,
2. 1 soixantaine (de pas le long de) la longueur je suis allé. Son 6e
3. s'est décollé pour moi : 1`12 (pas) à la longueur j'ai fait suivre.
4. Je suis retourné. Le 3e et $\frac{1}{3}$ KÙŠ s'est décollé pour moi.
5. 3 soixantaines (de pas le long du) front supérieur je suis allé.
6. Avec ce qui (dernièrement) s'est décollé pour moi j'ai allongé le roseau.
7. 36 (pas le long du) front (inférieur) je suis allé. La surface est un BÙR. La tête (la longueur initiale) du roseau quoi ?
8. Toi, pour procéder, pour le roseau que tu ne connais pas,
9. 1 pose. Son 6e détache, 50′ tu laisses.
10. IGI de 50′ détache, 1°12′ à 1 soixantaine élève :
11. 1`12 à 1`12 ajoute : 2`24 comme fausse longueur il donne.
12. (Pour) le roseau que tu ne connais pas, 1 pose. Son 3e détache,
13. 40′ aux 3 soixantaines du front supérieur élève :
14. 2` il donne. 2` et 36, le front inférieur, empile,
15. 2`36 à 2`24, la fausse longueur, élève, 6``14`24 est la fausse surface.
16. La surface à 2 répète, 1`` à 6``14`24 élève,
17. 6```14```24`` il donne ; et $\frac{1}{3}$ KÙŠ qui s'est décollé
18. à 3 soixantaines élève. 5 à 2`24, la fausse longueur,
19. élève : 12`. $\frac{1}{2}$ de 12` brise, 6` fais se heurter (avec soi-même).

Revers

1. 36`` à 6```14```24`` ajoute, 6```15``` il donne.
2. Auprès de 6```15```, 2``30` est égal. 6` que tu as laissé,
3. à 2``30` ajoute, 2``36` il donne. IGI de 6``14`24,

4. la fausse surface, n'est pas détaché. Quoi à 6``14`24
5. dois-je poser qui 2``36` me donne ? 25′ pose.
6. Puisque le 6e de la tête s'est détaché,
7. 6 inscris, 1 fais partir, 5 tu laisses
⟨IGI de 5 détache, 12′ il donne. 12′ à 25 élève, 5′ il donne.⟩
8. 5′ à 25′ ajoute, $\frac{1}{2}$ NINDAN comme tête du roseau il donne.

Ce problème traite aussi d'un champ – mais à vrai dire d'une situation que l'arpenteur pourrait voir en rêve seulement (un mauvais rêve, il faut le dire). La « vie réelle » y entre à travers l'unité BÙR, une unité appartenant à l'agriculture pratique, et la référence à la mesure à l'aide d'un roseau coupé à cette fin ; sa longueur ($\frac{1}{2}$ NINDAN) correspond en effet à une unité de mesure souvent utilisée dans la pratique, appelée justement « 1 roseau » (GI en sumérien). On imagine aussi que de tels roseaux se cassaient facilement. Finalement, l'emploi du numéral « soixantaine » (traduisant un mot qui signifie exactement 60) nous montre un des moyens d'éviter l'ambiguïté du système positionnel.

Le reste cependant – c'est-à-dire que l'aire du champ est connue avant d'être mesurée, ou encore la manière de décrire la longueur des pièces détachées du roseau – montre à quels artifices on a dû avoir recours pour construire des problèmes du second degré qui avaient un arôme de vie pratique.

Pour une fois, la figure 26 reproduit un diagramme tracé sur la tablette elle-même. En général, et c'est le cas ici aussi, les tablettes ne comportent des diagrammes que lorsque ceux-ci servent de support pour l'énoncé ; il n'y a jamais des figures pour expliquer la procédure. En revanche, la figure 26 montre, une fois de plus, que la solution est connue à l'avance ; en effet, les nombres 1`, 45 et 15 sont les mesures des côtés exprimées en NINDAN.

Nous abordons donc la mesure des côtés du trapèze à l'aide d'un roseau de longueur R inconnue. Nous arrivons à arpenter 1` longueurs de roseau le long de la longueur avant que le roseau ne perde un sixième de sa longueur et ne se réduise à $r = \frac{5}{6}R$. La mesure de ce qui reste de la longueur est alors 1`12r (F.2 à 3).

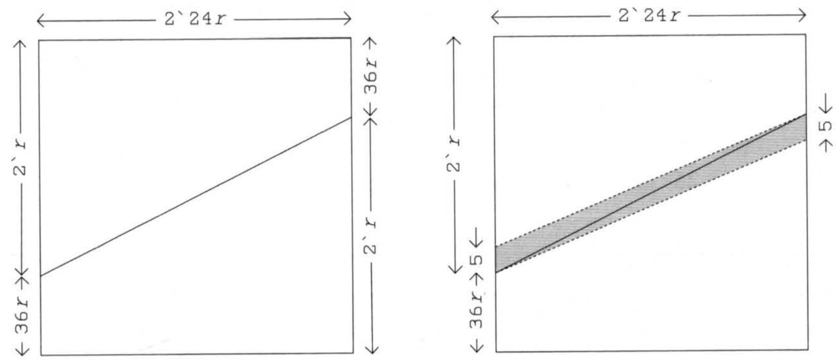


Figure 27. Le trapèze redoublé de VAT 7532

Puis, le roseau est rompu une seconde fois. Selon les lignes F.4 et 5, la mesure du « front supérieur » (à gauche)[34] est 3`z, où $z = \frac{2}{3}r - \frac{1}{3}$ KÙŠ est la longueur du roseau de nouveau diminué.

Le morceau de roseau qui dernièrement s'est détachée est remis, et le « front inférieur » (à droite, évidemment) est arpenté (ligne F.7), avec comme résultat 36 *r*. Finalement nous apprenons que la surface du champ est 1 BÙR = 30` SAR (1 SAR = 1 NINDAN^2, voir page 13). Nous devons déterminer la longueur initiale du roseau (sa « tête » au sens de « commencement »).

Les lignes F.9 à 11 calculent la longueur en unités *r* moyennant une fausse position : si *R* avait été égal à 1, alors *r* serait égal à 50′ ; à l'inverse, *R* doit correspondre à *r* multiplié par IGI de 50′ = 1°12′. 1` pas de *R* est donc 1`12·*r*, et la longueur complète

$$1`12\cdot r + 1`12\cdot r = 2`24\cdot r.$$

[34] La position du front « supérieur » à gauche est la conséquence de la nouvelle orientation de l'écriture cunéiforme (un quart de tour à gauche) mentionnée dans l'encadré « L'écriture cunéiforme ». Ce changement d'orientation eut lieu bien avant l'époque paléo-babylonienne en ce qui concerne les tablettes, où on écrivait donc de gauche à droite. Mais on savait parfaitement que la *vraie* direction était de haut en bas – les inscriptions solennelles sur pierre (par exemple le Codex Hammurabi) continuaient à être écrites ainsi.

Le texte parle de 2`24 comme « la fausse longueur », c'est-à-dire la longueur exprimée dans l'unité *r*.

Une autre fausse position est utilisée à la ligne F.12. Le texte pose 1 pour la longueur *r* du roseau une fois diminué, et en déduit que le reste, après la perte de $\frac{1}{3}$, doit être égal à 40′. Laissant de côté la perte ultérieure de $\frac{1}{3}$ KÙŠ, le faux front supérieur (le front mesuré dans l'unité *r*) est donc 40′ fois 3 soixantaines, c'est-à-dire 40′·3` = 2`. En d'autres termes, le front supérieur mesure 2`*r* – laissant encore de côté le morceau manquant de $\frac{1}{3}$ KÙŠ.

Comme la ligne F.7 indique que le faux front inférieur est 36, nous connaissons donc – sous la même réserve concernant le $\frac{1}{3}$ KÙŠ manquant – les trois côtés qui nous permettent de déterminer la mesure de la surface du trapèze avec comme unité □(*r*).

Mais le texte ne détermine pas cette surface. Elle la double pour former un rectangle – voir figure 27 à gauche, et les lignes F.14 à 16 calculent la surface de ce rectangle (la « fausse surface ») et trouvent 6``14`24, implicitement avec comme unité □(*r*).

Si le roseau n'avait pas perdu un morceau de $\frac{1}{3}$ KÙŠ, une dernière fausse position aurait suffit, semblable à celle de BM 13901 n° 10 (voir page 49) : selon la ligne F.7, la surface du champ est de 1 BÙR, la surface doublée vaut donc 2 BÙR = 1`` NINDAN$^2$ (F.16 : *la surface à 2 répète, 1``*). Toutefois, les choses sont plus compliquées ici. Pour chacun des 3` pas faits avec le roseau deux fois diminué il manque un morceau de $\frac{1}{3}$ KÙŠ, soit au total 3`·$\frac{1}{3}$ KÙŠ = 1` KÙŠ = 5 NINDAN (1 KÙŠ = $\frac{1}{12}$ NINDAN) : *et* $\frac{1}{3}$ KÙŠ *qui se détacha à 3 soixantaines élève. 5* (F.17 à 18). La surface du champ réel ne correspond donc pas à ce que nous voyons à gauche sur la figure 27 mais à ce qui reste après élimination du ruban ombré à droite. L'aire de ce ruban est 5·2`24*r* = 12`*r* : *5 à 2`24, la fausse longueur, élève : 12`*. Le rapport entre la « fausse surface » et celle du trapèze doublé peut maintenant s'exprimer par l'équation :

$$6``14`24\square(r) - 12`r = 1``\ .$$

Cette équation non normalisée est résolue moyennant la stratégie habituelle. Elle est multipliée par 6``14`24 : *La surface à 2 répète, 1`` à 6``14`24 élève, 6````14```24`` il donne* (F.16 à 17). Cela conduit à une équation normalisée :

□(6``14`24*r*) – 12`·(6``14`24*r*) = 6````14```24``

ou, avec *s* = 6``14`24*r* comme inconnue :

□(*s*) – 12*s* = 6````14```24``.

À partir d'ici, la procédure est identique au modèle de BM 13901 n° 2 (page 44) avec une petite variante à la fin. Les calculs peuvent être suivis sur la figure 28.

La surface 6````14```24`` correspond au rectangle de longueur (hauteur) *s* et de front *s* – 12`. La moitié de l'excès de la longueur sur le front est « brisée » et recollée comme on le voit sur la figure : en gris clair là où elle est découpée, et en gris foncé là où elle est recollée. La construction du carré complémentaire est décrite avec un des synonymes de « faire tenir », à savoir « faire se heurter » (F.19). Après les opérations usuelles nous trouvons que *s* = 6``14`24*r* = 2``36`, et à la ligne R.5 que *r* = 25′. Nous prenons note, cependant, que la demi-part déplacée n'est pas remise en place pour reconstituer *s* en direction verticale. Au lieu de cela, la demi-part laissée en place dans un premier temps est déplacée elle aussi, ce qui permet de reconstituer *s* = 6``14`24*r* = 2``36` en direction horizontale : *6` que tu as laissé, à 2``30` ajoute, 2``36` il donne.*

Dans les lignes R.6 à 8, le calculateur fait usage d'une troisième fausse position : si *R* avait été égal à 6, *r* vaudrait 5. La différence de 1 entre *R* et *r* est donc $\frac{1}{5}$ de *r* ou 12′ fois *r*. Or, la vraie valeur de *r* est 25′ ; pour obtenir *R* nous devons donc ajouter 12′·25′ = 5′. En conséquence : *R* = 25′ + 5′ = 30′ = $\frac{1}{2}$ NINDAN.

On pourrait croire que ce type de problème était très apprécié par les enseignants babyloniens ; il en existe plusieurs variantes, jouant sur la valeur des grandeurs données. Pourtant, tous les exemples ont en commun toute une série de caractéristiques terminologiques – par exemple l'emploi du logogramme $\frac{1}{2}$ pour la « demi-part » ; en outre, les résultats sont « donnés », et non « vus ». Toutes les variantes viennent sans doute de la même localité ou tradition locale (sinon de la même école, voire du même auteur). Une variante plus simple (où le champ est rectangulaire) se trouve pourtant dans un texte d'une toute autre origine.

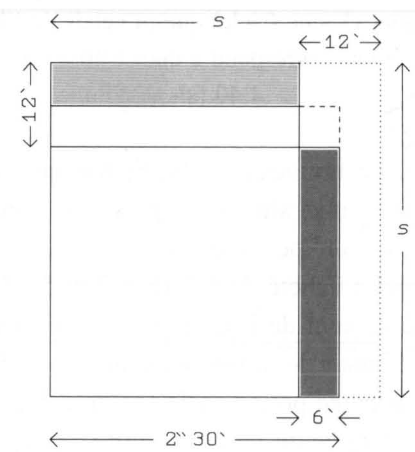


Figure 28

TMS XIII [35]

1. 2 GUR 2 PI 5 BÁN d'huile j'ai acheté. De l'achat de chaque sicle d'argent

2. 4 SÌLA d'huile j'ai découpé.

3. $\frac{2}{3}$ *mine* d'argent comme profit j'ai vu. Correspondant à quoi

4. ai-je acheté et correspondant à quoi ai-je vendu ?

5. Toi, 4 SÌLA d'huile pose, et 40, (de l'ordre de grandeur d'une) *mine*, le profit, pose.

6. IGI de 40 détache, 1′30″ tu vois, 1′30″ à 4 élève, 6′ tu vois.

7. 6′ à 12`50, l'huile, élève, 1`17 tu vois.

8. $\frac{1}{2}$ de 4 brise, 2 tu vois, fais tenir, 4 tu vois.

9. 4 à 1`17 ajoute, 1`21 tu vois. Quoi est égal ? 9 est égal.

10. 9 la réplique pose. $\frac{1}{2}$ de 4 que tu as découpé brise, 2 tu vois.

11. 2 au premier 9 ajoute, 11 tu vois ; du second 9 arrache,

12. 7 tu vois. 11 SÌLA pour chaque sicle tu as acheté, 7 SÌLA tu as vendu.

13. L'argent correspondant à quoi ? Quoi dois-je poser à 11, SÌLA,

14. qui 12`50, l'huile, me donne ? Pose 1`10, 1 *mine* 10 sicle d'argent.

---

[35] Comme TMS VII no 2, ce problème est assez difficile. Il offre cependant un bel exemple de l'application de la technique géométrique à un sujet non géométrique.

15. De 7 SÌLA pour chaque (sicle) que tu vends de l'huile,
16. 40 (sicle) d'argent correspond à quoi ? 40 à 7 élève,
17. 4`40 tu vois, 4`40 (SÌLA) d'huile.

Ici nous avons de nouveau un problème qui, après une lecture rapide, paraît refléter une situation de la vie commerciale réelle ; toutefois, une lecture un peu plus attentive révèle une artificialité totale : un marchand a acheté $M = 2$ GUR 2 PI 5 BÁN (= 12`50 SÌLA) d'huile fine (probablement de l'huile de sésame). On ne nous dit pas combien il a payé, mais le texte nous informe que de la quantité d'huile (a) qu'il a achetée pour 1 sicle (environ 8 grammes) d'argent, il a enlevé 4 SÌLA et revendu ce qui restait ($v = a - 4$) pour 1 sicle ; a et v sont donc les grandeurs inverses des deux prix – nous pouvons les désigner comme les « rapports » d'achat et de vente. En outre on nous dit que le profit total F s'élevait à $\frac{2}{3}$ *mine* = 40 sicle d'argent. Pour nous, habitués à l'usage du symbolisme de lettres, il est facile de voir que le prix d'achat total (l'investissement) doit être M/a, le prix de vente total M/v, et le profit en conséquence $F = M/v - M/a$. En multipliant par $a \cdot v$ nous aurons donc l'équation :

$$M \cdot (a - v) = F \cdot av ,$$

et puisque $v = a - 4$, le système

$$a - v = 4 , \quad a \cdot v = (4M)/F .$$

Ce système – du même type que celui proposé par YBC 6967, le problème *igûm-igibûm* (page 33) – est bien celui qui est résolu à partir de la ligne 8. Mais les Babyloniens ne l'ont certainement pas obtenu comme nous l'avons fait ici, d'une part parce qu'ils ne possédaient pas notre symbolisme de lettres, d'autre part parce qu'alors ils auraient calculé la grandeur $(4M)/F$ et non pas, comme ils le font effectivement, $(4/F) \cdot M$.

La clef de leur méthode se trouve vers la fin du problème. Ici, le texte calcule d'abord l'investissement total (1`10 sicle) et ensuite le profit *en huile* (4`40 SÌLA). Ces calculs ne constituent pas une preuve, car ces deux grandeurs ne figuraient pas parmi les données du problème. D'autre part, elles ne sont pas cherchées non plus. Ils ont donc dû jouer un rôle pour trouver la solution.

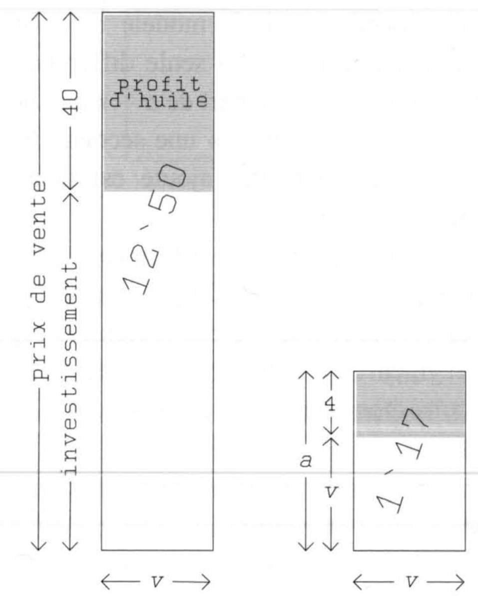


Figure 29. Représentation géométrique de TMS XIII

La figure 29 montre une interprétation possible et dans ses principes probable. La quantité totale de l'huile est représentée par un rectangle, dont la hauteur correspond au prix total de vente (en sicles), et dont la largeur est le « rapport de vente » v (SÌLA par sicle). Le prix total peut être divisé en profit (40 sicles) et investissement (prix d'achat), et la quantité d'huile de la même manière en profit d'huile et quantité dont la vente restitue l'investissement.

Le rapport entre ces deux dernières quantités doit être le même que le rapport entre les quantités en lesquelles la quantité achetée pour chaque sicle est divisée – c'est-à-dire comme le rapport entre 4 SÌLA et ce qui est vendu pour 1 sicle (donc v). En modifiant l'échelle verticalement par un facteur qui ramène 40 à 4, c'est-à-dire par un facteur $4/F = 4/40 = 6'$, l'investissement sera ramené à v, et la surface à $4/F \cdot M = 1`17$. Nous obtenons ainsi le rectangle de droite, dont nous connaissons la surface ($a \cdot v = 1`17$) et la différence entre les côtés ($a - v = 4$), exactement comme il le fallait. En outre, nous suivons ainsi l'ordre des opérations de calcul du texte, et le profit en huile aussi bien que l'investissement jouent un rôle.

En gros, cette procédure suit le modèle de YBC 6967 (et des autres problèmes du même type). La seule différence se trouve à la ligne 10 : au lieu d'utiliser la demi-part de $a - v$ que nous avons « fait tenir » à la ligne 8, $a - v$ est « brisé » une seconde fois. Cela permet d'ajouter d'abord (ce qui doit être ajouté est déjà disponible), et d'arracher ensuite.

En YBC 6967, le problème *igûm-igibûm* (page 33), les grandeurs géométriques servaient à représenter de grandeurs d'une autre nature, voire des nombres abstraits. Dans le cas présent, la représentation est plus subtile ; un segment représente une quantité d'argent, l'autre une quantité d'huile correspondant à un sicle d'argent.

BM 13901 n° 12

27. Les surfaces de mes deux confrontations j'ai empilées : 21′40″.
28. Mes confrontations j'ai fait tenir : 10′.
29. La demi-part de 21′40″ tu brises : 10′50″ et 10′50″ fais tenir,
30. 1′57″21{+25}‴40⁗[36]. 10′ et 10′ fais tenir, 1′40″
31. de l'intérieur de 1′57″21{+25}‴40⁗ tu arraches : auprès de 17″21{+25}‴40⁗, 4′10″ est égal.
32. 4′10″ à l'un 10′50″ tu ajoutes : auprès de 15′, 30′ est égal.
33. 30′ est la première confrontation.
34. 4′10″ de l'intérieur du second 10′50″ tu arraches : auprès de 6′40″, 20′ est égal.
35. 20′ est la seconde confrontation.

Nous quittons maintenant la représentation algébrique d'un simulacre de « vie réelle » pour retourner vers la géométrie des

[36] Par erreur, à la ligne 30 de la tablette on a 1′57″46‴40⁗ au lieu de 1′57″21‴40⁗ : un produit partiel, 25, est inséré une fois de trop, ce qui prouve que le calcul se faisait sur un support particulier où les produits partiels disparaissaient après avoir été insérés ; il ne s'agit donc pas d'une surface où l'on écrivait mais plutôt d'une espèce d'abaque.
L'erreur est reportée sur les nombres successifs, mais lorsque la racine carrée est donnée, l'erreur disparaît ; la racine était donc connue à l'avance.

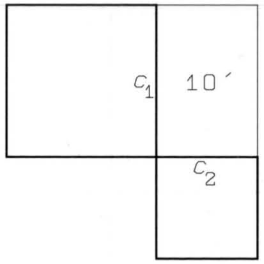


Figure 30. Les deux carrés et le rectangle de BM 13901 n° 12

grandeurs mesurées. Néanmoins, le problème que nous abordons nous confronte peut-être avec un cas non moins radical de représentation.

Ce problème est pris dans la collection de problèmes traitant des carrés que nous avons déjà exploitée plusieurs fois. Le problème actuel concerne deux carrés ; la somme de leurs surfaces est donnée, ainsi que la surface du rectangle tenu par les deux « confrontations » c_1 et c_2 (voir la figure 30) :

$$\square(c_1) + \square(c_2) = 21'40'' ,$$
$$\sqsubset\!\sqsupset(c_1,c_2) = 10' .$$

Le problème aurait pu être résolu moyennant le diagramme de la figure 31, qui, selon toutes les apparences, a déjà servi pour le problème n° 8 de la même tablette, qui peut être traduit ainsi en symboles :

$$\square(c_1) + \square(c_2) = 21'40'' , \quad c_1 + c_2 = 50' .$$

Cependant, le calculateur choisit une autre méthode, démontrant ainsi la flexibilité de la technique algébrique. Il considère les deux *surfaces* $\square(c_1)$ et $\square(c_2)$ comme les *côtés* d'un rectangle, dont la surface est trouvée en laissant 10′ et 10′ « tenir » (voir figure 31). Cela nous donne le système suivant :

$$\square(c_1) + \square(c_2) = 21'40'' , \quad \sqsubset\!\sqsupset(\square(c_1),\square(c_2)) = 10'\times 10' = 1'40'' .$$

En dépit du caractère géométrique des opérations, les Babyloniens savaient donc bien que la surface d'un rectangle dont les côtés sont des carrés $\square(c_1)$ et $\square(c_2)$ coïncide avec la surface d'un carré dont le côté est la surface du rectangle $\sqsubset\!\sqsupset(c_1,c_2)$ – ce qui correspond à notre règle arithmétique $p^2 \cdot q^2 = (pq)^2$.

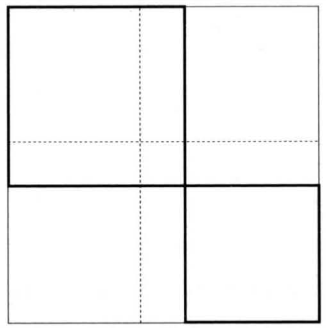


Figure 31. Le diagramme qui correspond à BM 13901 n° 8

Nous avons maintenant un rectangle dont nous connaissons la surface et la somme des deux côtés, comme dans les problèmes TMS IX n° 3 (page 59) et AO 8862 n° 2 (page 62). La résolution se fait selon la même méthode, avec cependant une différence inévitable : cette procédure ne donne que $\square(c_1)$ et $\square(c_2)$; pour déterminer c_1 et c_2 nous devons découvrir ce qui « est égal auprès d'eux ». On peut suivre les calculs sur la figure 32.

Ce qui est remarquable dans ce problème c'est donc qu'il représente des aires par des segments, et le carré d'une aire par une aire. Avec les autres cas de représentation que nous avons déjà rencontrés, cet exemple va nous permettre à la page 105 de caractériser la technique babylonienne comme étant une *véritable algèbre*.

BM 13901 n° 23

Revers II

11. Relativement à une surface. Les quatre fronts et la surface j'ai empilés, 41′40″.

12. 4, les quatre fronts, tu inscris. IGI de 4 est 15′.

13. 15′ à 41′40″ tu élèves, 10′25″ tu inscris.

14. 1, le forjet, tu ajoutes : auprès de 1°10′25″, 1°5′ est égal.

15. 1, le forjet que tu as ajouté, tu arraches : 5′ à deux

16. tu répètes ; 10′ NINDAN se confronte.

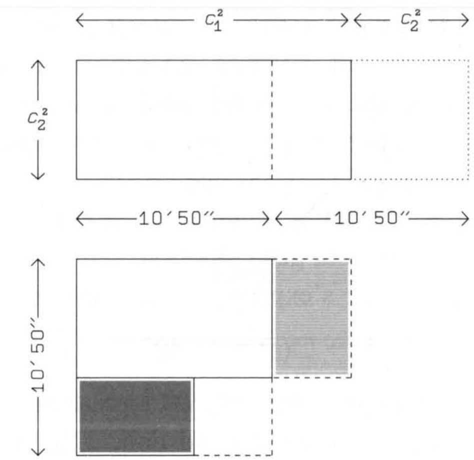


Figure 32. La procédure pour résoudre le problème de rectangle

Tandis que le problème précédant illustrait l'aspect « moderne » des mathématiques babyloniennes, le présent problème illustre plutôt son côté archaïque – bien qu'ils proviennent de la même tablette.

En effet, le problème n° 23 est *intentionnellement* archaïque. En d'autres termes, il est archaïsant et non pas vraiment archaïque, ce qui explique un peu le voisinage avec les problèmes « modernes » de la tablette – l'auteur n'est pas moderne et archaïque à la fois, il sait jouer avec l'archaïsme. À plusieurs égards, les formulations choisies semblent imiter le langage des arpenteurs akkadiens. Le texte parle du *front* d'un carré, et non d'une « confrontation » ; de plus, ce mot est écrit de manière syllabique et non logographique, ce qui est tout à fait exceptionnel. La phrase introductive « Relativement à une surface[37] » semble être une version abrégée d'une formule caractéristique des devinettes mathématiques : « Si quelqu'un te demande, relativement à une surface ... » (cf. pages 33, 116 et 134). L'expres-

[37] Dans l'original, le mot est « surface » marqué avec un complément phonétique indiquant l'accusatif. Un accusatif en cette position est exceptionnel aussi, en effet sans parallèle dans tout le corpus mathématique.

sion « les quatre fronts »[38] reflète un intérêt pour ce qui est *vraiment là* et pour ce qui est *frappant*, un intérêt qui caractérise les énigmes en général, et qui est typique aussi des devinettes mathématiques qui circulaient chez les praticiens mathématiques de l'époque pré-moderne (voir page 112). Même la méthode employée est caractéristique pour de telles devinettes : l'emploi d'un artifice étonnant qui n'invite pas à la généralisation.

Le problème peut donc s'exprimer de la manière suivante :

$$4c + \square(c) = 41'40'' \ .$$

La figure 33 explicite la procédure : $4c$ est représenté par 4 rectangles $\sqsubset\!\sqsupset(1,c)$, et la somme totale correspond donc à la configuration en forme de croix, où un « forjet » saillit dans les quatre directions principales. Les lignes 12 à 13 découpent $\frac{1}{4}$ de la croix (indiqué en pointillés) et ajoutent un complément quadratique $\square(1)$ au gnomon qui en résulte. Il n'est pas utile de « faire tenir », les côtés du complément sont déjà en place. Il est pourtant intéressant de noter que c'est le « forjet » lui-même qui est ajouté : il ne s'agit donc pas d'un nombre mais bien de la configuration quadratique, identifiée par son côté.

Le gnomon complété est un carré de surface 1°10′25″ et donc 1°5′ de côté. En arrachant le forjet – cette fois comme entité unidimensionnelle – nous obtenons 5′. Doublant ce résultat, nous obtenons le côté, qui vaudra 10′. Ici aussi, le texte évite le terme habituel et n'en parle pas comme une « confrontation », disant en revanche que 10′ NINDAN « se confronte ».

Cette méthode est tellement différente de tout autre calcul trouvé dans le corpus que Neugebauer croyait qu'il s'agissait d'une erreur de copiste qui par hasard aurait eu un sens mathématique. Comme nous allons le voir (page 116), l'explication est toute différente.

L'aspect archaïsant, il faut le dire, ne domine pas complètement. La ligne 12, demandant d'abord « l'inscription » de 4 et donnant après son IGI, semble décrire les opérations faites sur une tablette brouillon (voir note 33, page 67, et page 126).

---

38 Pour une fois, l'article déterminé correspond à l'original akkadien, à savoir à une expression qui n'est utilisée que pour parler d'une pluralité inséparable (comme « les quatre coins du monde » ou « les sept péchés capitaux »).

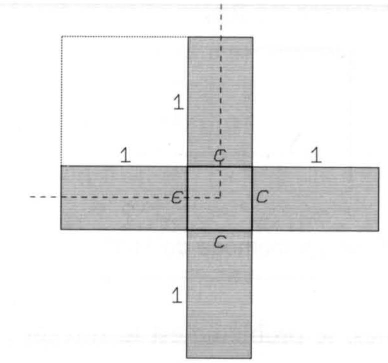


Figure 33. La procédure de BM 13901 n° 23

TMS VIII n° 1

1. La surface 10′. Le 4ᵉ du front, au front j'ai ajouté, à 3 je suis allé. Cela
2. excède la longueur de 5′. Toi, 4, du 4ᵉ, comme tant que le front pose. Le quart de 4 prends, 1 tu vois.
3. 1 à 3 vais, 3 tu vois. 4 quarts du front à 3 ajoute, 7 tu vois.
4. 7 comme tant que la longueur pose. 7, de la longueur, à 4 élève,
5. 28 tu vois, 28 surfaces. 28 à 10′, la surface, élève, 4°40′ tu vois.
6. 5′, l'arrachage de la longueur, à 4, du front, élève, 20′ tu vois. $\frac{1}{2}$ brise, 10′ tu vois. Fais tenir,
7. 1′40″ tu vois. 1′40″ à 4°40′ ajoute, 4°41′40″ tu vois. Quoi est égal ? 2°10′ tu vois.
8. 10′ l'égal (?) à 2°10′ ajoute, 2°20′ tu vois. Quoi à 28, les surfaces, dois-je poser qui 2°20′ me donne ?
9. 5′ pose. 5′ à 7 élève, 35′ tu vois. 5′, l'arrachage de la longueur, de 35′ arrache,
10. 30′ tu vois, 30′ est la longueur. 5′, la longueur, à 4 du front élève, 20′ tu vois, 20′ est la longueur (erreur de plume pour « le front »).

Avec BM 13901 n° 12 nous avons vu comment un problème sur des carrés pouvait être réduit à un problème de rectangle. Ici, par contre, un problème sur un rectangle est réduit à un problème de carrés.

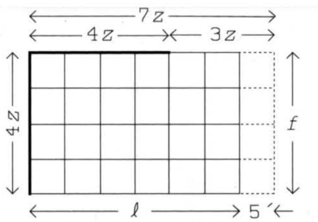


Figure 34. La méthode de TMS VIII n° 1

Traduit en symboles, le problème est le suivant :

$$\tfrac{7}{4}f - \ell = 5' \ , \quad \sqsubset\!\sqsupset(\ell, f) = 10'$$

(l'opération d'« aller à 3 » signifie que $\frac{1}{4}f$ est ajouté trois fois). Le problème aurait pu se résoudre selon les méthodes utilisées par TMS IX n° 3 (page 59), c'est-à-dire de la façon suivante :

$$7f - 4\ell = 4\cdot 5' \ , \quad \sqsubset\!\sqsupset(\ell, f) = 10'$$

$$7f - 4\ell = 20' \ , \quad \sqsubset\!\sqsupset(7f, 4\ell) = (7\cdot 4)\cdot 10' = 28\cdot 10' = 4°40'$$

$$7f = \sqrt{4°40' + \left(\frac{20'}{2}\right)^2} + \frac{20'}{2} = 2°20 \ ,$$

$$4\ell = \sqrt{4°40' + \left(\frac{20'}{2}\right)^2} - \frac{20'}{2} = 2$$

$$f = 20' \ , \quad \ell = 30' \ .$$

Cependant, une fois encore le calculateur nous montre qu'il peut choisir entre plusieurs méthodes différentes selon ce qui lui convient. Ici il utilise un carré dont le côté (z) est $\frac{1}{4}$ du front (voir figure 34). Ainsi, le front sera égal à 4, sous-entendu $4z$ (*4, du 4ᵉ, comme tant que le front pose*), et la longueur avec un prolongement de 5′ sera égale à 7, sous-entendu $7z$ (*7 comme tant que la longueur pose*). La ligne 4 trouve que le rectangle de côtés $7z$ et $4z$ – en d'autres termes, le rectangle initial prolongé de 5′ – est composé de $7\cdot 4 = 28$ petits carrés $\square(z)$[39]. Ces 28 carrés excèdent la surface 10′ d'un certain

[39] La multiplication par « élévation » démontre que le calculateur ne construit pas un nouveau rectangle mais part d'une sous-division de ce qui est déjà là – voir la discussion de la possibilité d'une interprétation alternative sur la

nombre de côtés ($n\cdot z$), dont le calcul est renvoyé à plus tard. Comme d'habitude, en effet, le problème non normalisé

$$28\square(z) - n\cdot z = 10'$$

est transformé en

$$\square(28z) - n\cdot(28z) = 28\cdot 10' = 4°40' \ .$$

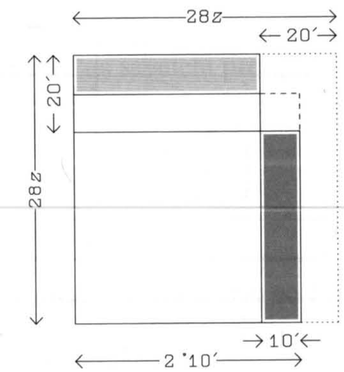


Figure 35. Résolution de l'équation normalisée de TMS VIII n° 1

La ligne 6 trouve $n = 4\cdot 5' = 20'$, et à partir d'ici tout suit la routine comme on peut s'en rendre compte sur la figure 35 : $28z$ vaudra 2°20′, et z donc 5′. En conséquence, la longueur ℓ sera égale à $7\cdot 5' - 5' = 30'$, et le front f égal à $4\cdot 5' = 20$.

YBC 6504 n° 4

Revers

11. Autant que la longueur excède le front, heurté (avec soi-même), de l'intérieur de la surface j'ai arraché :

12. 8′20″. 20′ est le front, sa longueur quoi ?

13. 20′ heurté (avec soi-même) : 6′40″ tu poses.

14. 6′40″ à 8′20″ tu ajoutes : 15′ tu poses.

15. Auprès de 15′, 30′ est égal. 30′ comme longueur tu poses.

procédure de BM 13901 no 10 en note 22, page 50.

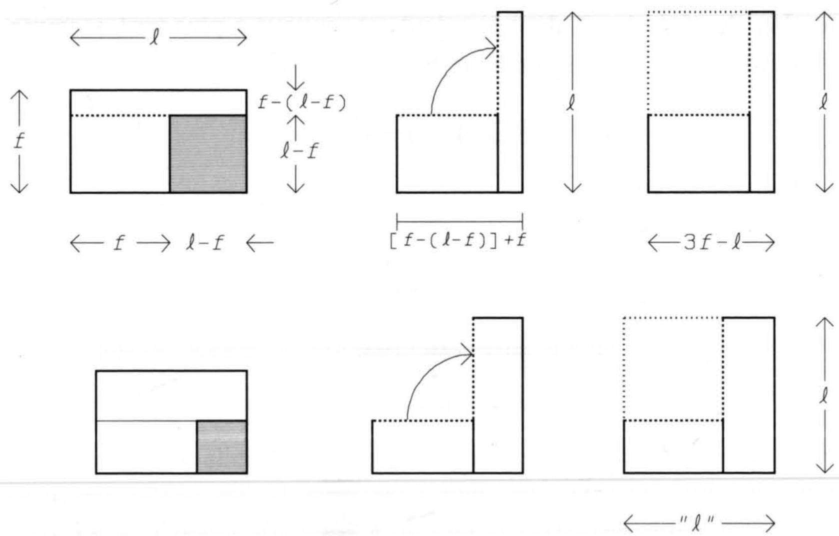


Figure 36. Les opérations de découpage et recollage de YBC 6504 n° 4

Jusqu'ici, tout ce que nous avons vu était correct du point de vue mathématique, à part quelques erreurs de calcul, d'inattention et de copie. Mais tous ceux qui pratiquent les mathématiques commettent parfois des erreurs d'argumentation ; il n'est donc pas étonnant que même les Babyloniens en commettaient aussi de temps à autre.

Le présent texte en est un exemple. Traduit en symboles, le problème est le suivant :

$$\sqsubset\!\sqsupset(\ell,f) - \square(\ell - f) = 8'20'' \ , \ f = 20' \ ,$$

et la longueur ℓ est trouvée comme ce qui « est égal auprès de » $\sqsubset\!\sqsupset(\ell,f) - \square(\ell - f) + \square(f)$ – c'est-à-dire, après une transformation et exprimé en symboles, comme $\sqrt{(3f-\ell)\cdot\ell}$.

L'erreur semble difficile à expliquer, mais regardons la géométrie de l'argument (voir figure 36). En haut nous voyons la procédure présentée avec des proportions faussées ; nous voyons que l'ajout de $\square(f)$ présuppose que le rectangle mutilé soit coupé le long du trait en pointillés et « ouvert » en pseudo-gnomon. Il est évident que la configuration ainsi complétée n'est *pas* $\square(\ell)$ mais – si l'on compte bien – $\sqsubset\!\sqsupset(3f - \ell,\ell)$. En bas nous voyons la même chose, mais maintenant les proportions sont correctes, et maintenant l'erreur n'est plus évidente. Ici, $\ell = 30'$ et $f = 20'$, et par suite $\ell - f = f - (\ell - f)$.

En conséquence, le rectangle mutilé « s'ouvre » comme un vrai gnomon, et la figure complétée correspond à $\square(\ell)$ – mais seulement parce que $\ell = \frac{3}{2}f$.

Cette erreur illustre un aspect important de la géométrie « naïve » : celle-ci nécessite, tout comme les démonstrations géométriques en général, une attention scrupuleuse pour éviter d'être fourvoyé par ce que l'on voit « immédiatement ». La rareté des erreurs de ce type témoigne de la grande compétence des calculateurs babyloniens et montre qu'ils savaient presque toujours distinguer entre les *données* d'un problème et ce qu'ils en savaient en plus.

Chapitre 4

Application des techniques quasi-algébriques à la géométrie

Nous n'avons pas encore déterminé ce qu'il faut comprendre par « algèbre ». Par conséquent, toute distinction entre « algèbre » et « quasi-algèbre » babylonienne reste préliminaire – une hypothèse qui nous permet de recueillir les éléments qui à la fin nous serviront pour une discussion plus systématique.

Quoi qu'il en soit, tous les problèmes traités dans les chapitres 1 à 3 peuvent se traduire en symboles et en équations algébriques modernes (bien qu'avec une certaine perte d'information). En gros, cela vaut aussi pour les méthodes employées pour les résoudre.

Une telle traduction n'est pas possible pour les problèmes qui vont être analysés dans le présent chapitre. Il y a toutefois une relation assez étroite entre les méthodes appliquées ici et celles que nous connaissons des chapitres précédents. Dans ce sens au moins, il semble légitime de les caractériser comme « quasi-algébriques ».

VAT 8512

Face

1. Un triangle. 30 est le front. À l'intérieur, deux parcelles.

2. La surface supérieure excède la surface inférieure de 7` ;

3. la descendante inférieure excède la descendante supérieure de 20.

4. Les descendantes et la traversante quoi ?

5. Et les surfaces des deux parcelles quoi ?

6. Toi, 30, le front, pose ; 7`, duquel la surface supérieure excède la surface inférieure, pose ;

7. et 20, duquel la descendante inférieure excède la descendante supérieure, pose.

8. IGI de 20, duquel la descendante inférieure excède la descendante supérieure,

9. détache : 3´ à 7`, duquel la surface supérieure excède la surface inférieure,

10. élève, 21, que ta tête retienne !
11. 21 à 30, le front, ajoute : 51
12. avec 51 fais tenir : 43`21.
13. 21, que ta tête retient, avec 21
14. fais tenir : 7`21 à 43`21 ajoute : 50`42.
15. 50`42 en deux brise : 25`21.
16. L'égal de 25`21 quoi ? 39.
17. De 39, 21, le tenant, arrache, 18.
18. 18 que tu as laissé est la traversante.
19. Or, si 18 est la traversante,
20. les descendantes et les surfaces des deux parcelles quoi ?
21. Toi, 21 qu'avec soi-même tu as fait tenir, de 51
22. arrache : 30 tu laisses. 30, que tu as laissé,
23. en deux brise, 15 à 30, que tu as laissé, élève,
24. 7`30, que ta tête retienne !

Tranche inférieure

1. 18, la traversante, avec 18 fais tenir :
2. 5`24 de 7`30 que ta tête retient,
3. arrache : 2`6 tu laisses.

Revers

1. Quoi à 2`6 dois-je poser
2. qui 7`, duquel la surface supérieure excède la surface inférieure, me donne ?
3. 3°20′ pose. 3°20′ à 2`6 élève, 7` il te donne.
4. 30, le front, excède 18, la traversante, de quoi ? De 12 il l'excède.
5. 12 à 3°20′ que tu as posé, élève, 40.
6. 40 est la descendante supérieure.
7. Or, si 40 est la descendante supérieure,
8. la surface supérieure est quoi ? Toi, 30, le front, (et)
9. 18, la traversante, empile : 48 en deux brise : 24.
10. 24 à 40, la descendante supérieure, élève, 16`.
11. 16` est la surface supérieure. Or, si 16` est la surface supérieure,
12. la descendante inférieure et la surface inférieure quoi ?
13. Toi, 40, la descendante supérieure, à 20 duquel la descendante inférieure excède la descendante supérieure,
14. ajoute, 1` est la descendante inférieure.
15. 18, la traversante, en deux brise : 9

16. à 1`, la descendante inférieure, élève, 9`.
17. 9 est la surface inférieure.

De nombreux problèmes mathématiques babyloniens traitent de la partition des champs. La substance mathématique peut varier – parfois, la forme du champ n'entre pas dans les données mais seulement son aire, parfois (comme ici) l'énoncé regarde la partition d'une figure géométrique particulière.

Dès avant 2200 avant notre ère, les arpenteurs mésopotamiens savaient partager un trapèze en deux parties égales moyennant une transversale parallèle – nous reviendrons ultérieurement sur leur méthode. Une partition analogue d'un triangle n'est possible qu'avec l'utilisation de rapports irrationnels, et donc, si elle est effectuée avec des nombres, seulement avec approximation.

Le présent problème traite d'une variante de la partition d'un triangle qui peut être effectuée de manière non approximative. Il s'agit, comme cela résulte des lignes F.1 à 3 et comme le montre la figure 37, d'un champ triangulaire partagé en deux parcelles par une « traversante », c'est-à-dire une transversale parallèle. Pour simplifier les choses, nous pouvons imaginer un triangle rectangle. Il est presque certain que l'auteur du problème en faisait autant, et que les « descendantes » désignent donc des parties du côté ; mais si nous interprétons les « descendantes » comme des hauteurs, les calculs valent également pour un triangle oblique.

Les deux parcelles sont donc inégales. Mais nous connaissons la différence entre leurs surfaces, ainsi que la différence entre les « descendantes ». La résolution peut être difficile à suivre, puisqu'elle a recours à un artifice inattendu et élégant.

Les lignes F.8 à 10 « élèvent » l'IGI de la différence entre les deux descendantes à la différence entre les surfaces. Le texte trouve donc la largeur d'un rectangle dont la longueur correspond à la différence entre les « descendantes », et l'aire à la différence entre les deux surfaces. Cette largeur (qui est 21) est ajoutée au front du triangle.

Le résultat est un triangle auquel est attaché un rectangle ; les deux formes réunies donnent un trapèze, comme le montre la figure 37. En prolongeant la « traversante » nous découvrons qu'elle partage

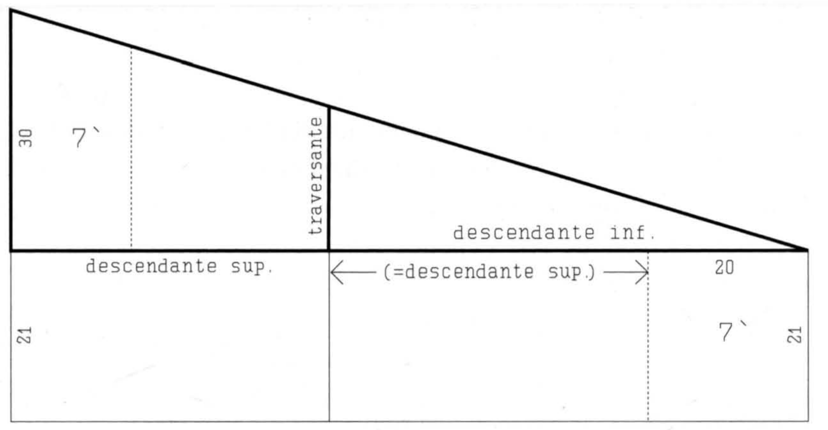


Figure 37. Le champ triangulaire découpé de VAT 8512, avec le rectangle auxiliaire

le trapèze en deux parties égales – et cela était un problème que les arpenteurs savaient résoudre depuis au moins 500 ans.

Les lignes F.11 à 16 nous indiquent comment ils procédaient (avec les paramètres du problème présent) : le carré sur la transversale bissectrice du trapèze est déterminé comme la moyenne des carrés sur les côtés parallèles. Le choix des opérations (« faire tenir », « briser ») démontre qu'ils raisonnaient réellement en termes de carrés et de moyenne. La figure 38 nous montre comment cette procédure donne le bon résultat. Une moyenne entre deux extrémités en est équidistante, et pour cette raison le gnomon entre 21 et 39 doit égaler le gnomon entre 39 et 51 ; les moitiés des gnomons – les deux parties du trapèze grisé – sont donc égales elles aussi. D'abord, cela vaut pour un trapèze coupé le long de la diagonale d'un carré, comme le montre la figure 38 ; mais nous pouvons nous imaginer le carré tiré en long (en rectangle) et, si nécessaire, tordu (en parallélogramme, produisant ainsi un trapèze quelconque). Ces transformations auraient pour effet de modifier toutes les surfaces avec un même facteur, et laisseraient donc leurs rapports mutuels inchangés, en particulier la bissection. Nous pouvons observer que l'opération « tirer en long » coïncide avec ce changement d'échelle dans une direction que nous avons déjà rencontré lors de la résolution de problèmes non normalisés, et qui était aussi utilisé dans le problème TMS XIII, relatif au commerce de

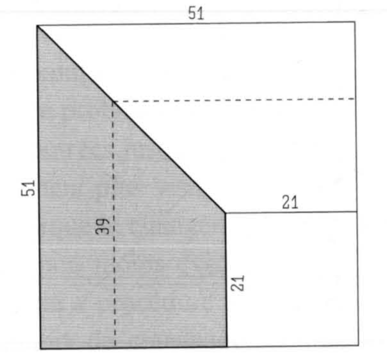


Figure 38. La bissection du trapèze de BM 8512.

l'huile (voir page 75) ; nous allons le rencontrer dans un moment dans le problème actuel.

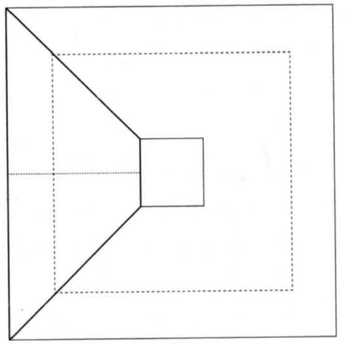


Figure 39. La bissection du trapèze expliquée par des carrés concentriques

Il est possible que la règle ait été d'abord trouvée à partir de carrés concentriques (voir figure 39) – la forme géométrique représentant l'emboîtement de deux ou plusieurs carrés les uns dans les autres était très appréciée dans les mathématiques babyloniennes, et aurait pu l'être déjà au III[e] millénaire (comme elle le restera dans la géométrie des maîtres maçons jusqu'à la Renaissance) ; le principe de l'argument restera évidemment le même.

La ligne F.17 trouve donc la transversale bissectrice. Elle vaut 39, et la « traversante » entre les deux parcelles vaut par conséquent 39 – 21 = 18.

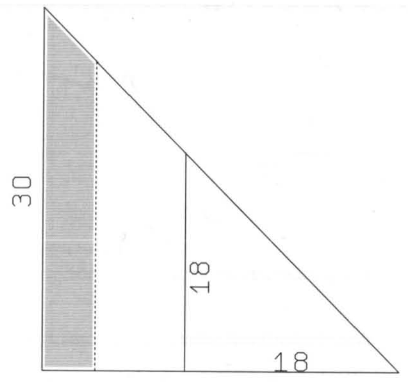


Figure 40

L'étape suivante paraît curieuse. Les lignes F.21 à 22 semblent calculer le front du triangle, alors qu'il s'agissait de l'une des données du problème. Cela signifie sans doute que nous quittons la figure 37 pour considérer la figure 38. En y éliminant la largeur 21 ajoutée, il reste un triangle qui correspond au triangle initial mais qui est isocèle – voir la figure 40.

Pour trouver la « descendante supérieure » le texte fait la fausse position que le triangle raccourci et isocèle est celui que nous cherchons ; sa longueur (la somme des descendantes) est alors égale au front, c'est-à-dire à 30 ; nous changeons donc d'échelle dans la direction de la longueur. Les lignes F.23 à 24 calculent que la surface de ce triangle vaut 7`30. Les deux surfaces blanches sont égales, et la somme des deux doit donc être : 18·18 = 5`24. La surface grisée – qui correspond à la différence entre les surfaces des deux parcelles – vaut en conséquence : 7`30 – 5`24 = 2`6 (Tr. 1 à 3).

Or, nous savons que la différence est 7` et non 2`6. Les lignes R.1 à 3 établissent donc qu'il faut multiplier la différence 2`6 qui résulte de la fausse position par 3°20′ pour avoir la vraie différence égale à 7`. Puisque le front est déjà ce qu'il doit être, c'est la longueur et les « descendantes » qui doivent être multipliées par ce facteur. Ainsi, la « descendante supérieure » sera 3°20′·(30 – 18) = 40 (ligne R.6). Ensuite tout est assez simple – cela aurait pu être encore plus simple, mais la route choisie s'accorde mieux avec le style pédagogique que

nous connaissons par exemple de TMS XVI n° 1, et probablement elle est plus féconde du point de vue pédagogique.

La résolution de ce problème est sûrement bien différente de celles que nous avons rencontrées jusqu'ici. Toutefois, il y a aussi des traits communs qui deviennent plus visibles en perspective à vol d'oiseau.

D'abord, on remarque le changement d'échelle dans une direction. Mais une *différence* non moins évidente – l'absence de complément quadratique, donc de la « procédure akkadienne » – indique en même temps un autre rapport de cousinage : l'introduction d'une surface auxiliaire, ajoutée, puis éliminée.

Moins évident mais fondamental est le caractère « analytique » des méthodes. Depuis l'Antiquité grecque, la résolution d'un problème mathématique est appelée « analytique » lorsqu'elle commence par la présupposition que le problème est *déjà* résolu ; cela permet d'examiner – « analyser » – les caractéristiques de la solution pour comprendre comment la construire[40].

Une résolution par équations est toujours analytique. Considérons à nouveau TMS XIII, le problème qui traite du commerce de l'huile (page 73). Selon l'hypothèse de départ, la quantité de SÌLA achetés pour 1 sicle d'argent est un nombre connu, et nous l'appelons a ; nous faisons de même pour le rapport de vente (que nous appelons v). L'investissement total est donc M/a, le prix de vente total M/v, et le profit en conséquence $F = \frac{M}{v} - \frac{M}{a}$. Alors nous multiplions par $v \cdot a$, etc.

[40] L'antithèse de la méthode analytique est la « synthèse », où la solution est construite directement, après quoi on démontre qu'elle est en effet valable. Ceci est le style des démonstrations des *Éléments* d'Euclide, et depuis l'Antiquité la complainte persiste que pour cette raison son ouvrage est plus difficile de compréhension que nécessaire : on voit bien que chaque étape d'une démonstration est correcte, et donc que le résultat final est irréfutable ; mais on ne comprend pas la raison pour laquelle chaque démarche est entreprise par l'auteur, qui ainsi se fait fourbe plutôt que vraiment pédagogique. Depuis l'Antiquité, on soupçonne également qu'Euclide (ou ses prédécesseurs) ont d'abord trouvé leurs constructions et théorèmes par voie analytique, construisant la solution synthétique dans un second temps.

Nous traitons ainsi a et v comme s'il s'agissait de nombres connus : nous prétendons avoir une solution et décrivons ses caractéristiques ; ensuite, nous en dégageons les conséquences – pour trouver à la fin que $a = 11$, $v = 7$.

Les résolutions babyloniennes par découpage et recollage sont également analytiques. En supposant que l'on connaît une solution au problème de l'huile, nous l'exprimons sous la forme d'un rectangle de surface 12`50, dont une partie de la longueur égale à 40 correspond au profit d'huile. Ensuite, nous analysons les caractéristiques de cette solution, trouvant le « facteur de normalisation » avec lequel nous devons multiplier afin d'obtenir une différence entre les côtés égale à 4, etc.

De même, la résolution du présent problème est analytique. Nous *supposons* que le triangle est complété par un rectangle de telle manière que la traversante prolongée la coupe en deux parties égales, après quoi nous calculons ce que doit être la dimension du front du rectangle complémentaire pour que cela soit le cas ; etc. Bien qu'elle ne soit pas tout à fait absente, la distinction entre « algèbre » (les problèmes facilement traduisibles en algèbre d'équations moderne) et « quasi-algèbre » (où la traduction en équations comporte de sérieuses distorsions) semble moins importante dans la perspective des textes babyloniens que dans la nôtre.

BM 85200 + VAT 6599 nº 6

Face I

9. Une cave. Autant que la longueur : la profondeur. 1, la terre, j'ai arraché. Mon sol et la terre j'ai empilés, 1°10′. Longueur et front, 50′. Longueur, front, quoi ?

10. Toi, 50′ à 1, la conversion, élève, 50′ tu vois. 50′ à 12 élève, 10 tu vois.

11. 50′ fait se confronter, 41′40″ tu vois, à 10 élève, 6°56′40″ tu vois. Son IGI détache, 8′38″24‴ tu vois,

12. à 1°10′ élève, 10′4″48‴ tu vois ; 36′, 24′, 42′ sont les égaux.

13. 36′ à 50′ élève, 30′ est la longueur. 24′ à 50′ élève, 20′ est le front. 36′ à 10 élève, 6 est la profondeur.

14. La procédure.

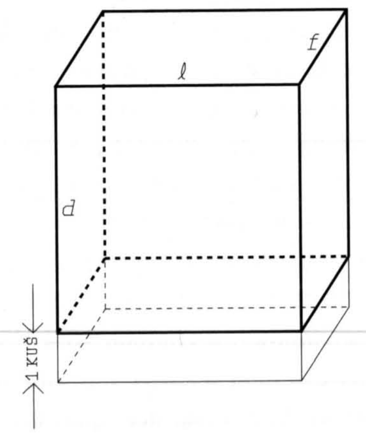


Figure 41. La cave agrandie vers le bas de 1 KÙŠ

Ceci est un problème du troisième degré qui provient d'une tablette brisée en deux, dont une partie se trouve à Londres et l'autre à Berlin (d'où le sigle composé). Il concerne une « cave » ayant la forme d'un parallélépipède, de longueur ℓ [NINDAN], de front f [NINDAN] et de profondeur d [KÙŠ]. La longueur égale la profondeur, mais en raison de l'utilisation de métrologies différentes pour les mesures horizontales et les mesures verticales cela veut dire que $d = 12\ell$.

En outre, la somme de la longueur et du front est égale à [$\ell + f =$] 50′, et la somme du volume de terre qui a été extrait[41] et du « sol » (la base) est [$\ell \cdot f \cdot d + \ell \cdot f =$] 1°10′. Cette dernière équation peut être transformée en $\ell \cdot f \cdot (d + 1) = 1°10'$ – ce qui veut dire que

[41] Le texte utilise le même verbe « arracher » que pour l'opération soustractive.

si la cave est creusée d'un KÙŠ supplémentaire, son volume sera égal à 1°10′ [NINDAN^2·KÙŠ] (voir figure 41)[42].

La résolution est basée sur une variante subtile de la fausse position (dans sa forme propre, cette méthode ne servirait pas, puisque le problème n'est pas homogène – voir note 24, page 51). « La position » consiste en la construction d'un « cube de référence » de côté $\ell+f$. En mesure horizontale, son côté est $1 \cdot 50' = 50'$ [NINDAN], puisque « la conversion » de NINDAN en NINDAN demande une multiplication par 1. En mesure verticale, il vaut $12 \cdot 50' = 10$ KÙŠ, puisque « la conversion » de NINDAN en KÙŠ implique une multiplication par 12 (les deux conversions ont lieu à la ligne 10).

Les lignes 11 à 12 déterminent le volume du cube de référence, qui sera 6°56′40″. Ce volume est contenu 10′4″48‴ fois dans la cave approfondie.

Maintenant nous devons imaginer que les côtés de la cave approfondie sont mesurés avec les côtés correspondants du cube de référence. Soit p le nombre de fois que la longueur ℓ est mesurée par 50′ NINDAN, q le nombre de fois que le front f est mesuré par 50′ NINDAN, et r le nombre de fois que la profondeur d+1 KÙŠ est mesurée par 10 KÙŠ (= 50′ NINDAN). Alors nous avons :

$$p \cdot 50' + q \cdot 50' = \ell + f = 50',$$

et donc

$$p + q = 1 ;$$

en outre,

$$r \cdot 10 = d + 1 = 12\ell + 1 = 12 \cdot p \cdot 50' + 1 = 10p + 1 ,$$

et donc

$$r = p + \frac{1}{10} = p + 6' ;$$

et finalement

[42] L'énoncé fait aussi référence à « 1 la terre que j'ai arraché », mais cette information ne sert pas. C'est un nouvel exemple d'une grandeur qui est *connue mais pas donnée* ; connaître sa valeur numérique permet à l'enseignant de faire une distinction entre la cave réelle (« 1, la terre ») et le volume de la cave augmentée d'un KÙŠ (« 1°10, la terre »).

$$p \cdot q \cdot r = 10'4''48''' .$$

Nous devons donc exprimer 10′4″48‴ comme le produit de trois facteurs p, q et r qui remplissent ces conditions. C'est ce que fait le texte à la ligne 12, où les facteurs apparaissent comme « les égaux » 36′, 24′ et 42′. Ensuite, la ligne 13 trouve ℓ, f et d.

La factorisation semble tirée du chapeau de l'enseignant-magicien, et elle a probablement été produite ainsi. La solution étant connue d'avance, cela serait facile. Mais on peut également la retrouver en raisonnant de façon systématique, en commençant avec les nombres simples – il faut simplement exprimer 10``4`48 (= $2^6 \cdot 3^4 \cdot 7$) comme produit de trois nombres P, Q et R où $P + Q = 60$, $R = P + 6$[43]. En fait, connaissant les caractéristiques de la mathématique babylonienne nous pouvons même dire que le texte peut seulement se permettre de tirer la solution du chapeau parce qu'il serait *possible* (bien qu'un peu laborieux) de la trouver sans magie. Supposons d'abord que $P = 1$; dans ce cas (puisque $P + Q = 60$) Q vaudra 59, ce qui est impossible ; il en va de même pour les hypothèses $P = 2$ et $P = 3$; $P = 4$ donne $R = 10$, ce qui est aussi exclu – 10``4`48 ne contient aucun facteur 5 ; $P = 5$ est impossible en soi ; $P = 6$ donne $Q = 54$ et $R = 12$, ce qui est à rejeter, soit parce que le facteur 7 manque, soit parce qu'un contrôle démontre que le produit n'est pas celui attendu. La valeur suivante de P qui ne conduit pas à des valeurs impossibles pour Q ou R est 12, mais elle doit être rejetée pour la même raison ; $P = 18$ est impossible parce que le produit serait environ la moitié de celui attendu. $P = 24$ et $P = 30$ sont à rejeter pour la même raison que $P = 6$. Finalement nous arrivons à $P = 36$, une valeur qui convient. Si nous avions compté les facteurs primaires, le raisonnement aurait été encore plus rapide, mais aucun indice ne suggère que les Babyloniens connaissaient cette technique.

Il faut cependant remarquer que cette méthode fonctionne seulement parce qu'une solution simple *existe*. En cela, ce problème diffère des problèmes de second degré, où une bonne approximation de la racine carrée (de « ce qui est égal ») donnerait une solution

[43] Pour avoir des nombres entiers on introduit $P = 60p = 1`p$, $Q = 1`q$, $R = 1`r$. Alors $PQR = 1```pqr = 10``4`48$.

presque correcte (et les Babyloniens savaient bien déterminer approximativement les racines carrées). Les Babyloniens n'étaient donc pas en état de résoudre en général les problèmes cubiques au même sens qu'ils résolvaient les problèmes du second degré (pour cela, il faudra attendre les algébristes italiens du XVI^{e} siècle).

Notre texte parle de *trois* « égaux », qui en plus ne sont pas égaux. Évidemment, il s'agit ici d'une généralisation d'une idée venant du côté du carré et du cube. Une telle généralisation n'a rien d'étrange ; notre propre notion de « racine » d'une équation vient de manière analogue de la première algèbre arabe, où les équations types étaient formulées en termes d'une somme d'argent et de sa racine carrée. Oubliant cette origine, on a interprété le mot simplement comme la désignation de la valeur de l'inconnue qui satisfait l'équation. D'autres problèmes sur la même tablette parlent d'un seul « égal » ; c'est le cas lorsque le volume de la cave mesuré par le parallélépipède de référence (qui n'est pas toujours un cube) doit être factorisé en p^3 ou en $p^2 \cdot (p + 1)$. Il existait en effet des tables pour ces deux fonctions, où p apparaît précisément comme « l'égal » ; la dernière table portait le nom « égal, 1 ajouté » – voir page 133.

De même que pour l'algèbre du second degré, le traitement des problèmes du troisième degré est analytique (le présent problème est un exemple type de sa catégorie) : on présuppose qu'une solution existe, et on en tire les conséquences. De la même manière, toute résolution à l'aide d'une fausse position est analytique – elle débute par l'hypothèse d'une solution. À part cela, seuls des aspects assez secondaires lient le second et le troisième degré : la terminologie, l'usage de tables, les opérations de calcul fondamentales.

D'autres problèmes de cette tablette (tous traitant de « caves » parallélépipédiques) se ramènent à des questions du second (et même du premier) degré. Celles-ci sont résolues par les techniques que nous connaissons déjà, et jamais par factorisation – les Babyloniens étaient donc bien conscients de posséder une autre et (selon leur opinion, on le voit) meilleure technique, et ils connaissaient parfaitement la différence entre les problèmes qui peuvent se résoudre par des techniques algébriques et ceux qui ne cèdent pas devant une telle attaque. Mais il apparaît que cette différence n'était pas fondamentale ; le genre mathématique, tel qu'il résulte du contenu de la tablette, est

plutôt à comprendre comme « problèmes de cave » – tout comme le genre mathématique de BM 13901 est à comprendre comme « problèmes sur les carrés », bien qu'un de ces problèmes (traitant de deux carrés) se ramène à un problème de rectangle. Une fois de plus, la distinction entre « algèbre » et « quasi-algèbre » apparaît comme secondaire, moins importante que la classification des problèmes selon l'objet qui est considéré.

BM 15285 n°24

1. 1 UŠ la confrontation
2. À l'intérieur, 16 confrontations
3. j'ai noté. Leur surface quoi ?

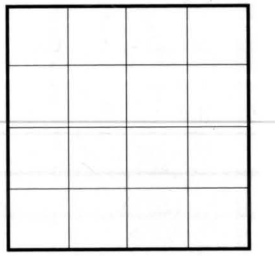


Figure 42

Le petit problème qui précède est extrait d'une tablette contenant peut-être 40 problèmes sur la subdivision d'un carré de côte 1 UŠ = 1` NINDAN (les fragments de la tablette qui ont survécu en conservent 31). Tous les problèmes sont accompagnés d'un diagramme démontrant la subdivision (souvent nécessaire pour comprendre l'énoncé, qui peut être assez sommaire). La figure 42 montre le diagramme qui accompagne le problème présent, la figure 43 montre la face du fragment principal (le problème n° 24 se trouve sur le revers).

Le texte n'explique pas la procédure – aucun des problèmes de la tablette ne le fait. Cependant, il est évident qu'on n'a pas besoin de pensée algébrique pour résoudre le problème. Il est tout aussi évident que la technique utilisée pour calculer les coefficients du problème BM 13901 n° 10 (page 49) va servir ici aussi.

Dans la ligne 3 on voit clairement que le verbe traduit « noter » peut signifier « dessiner », cf. note 21, page 47.

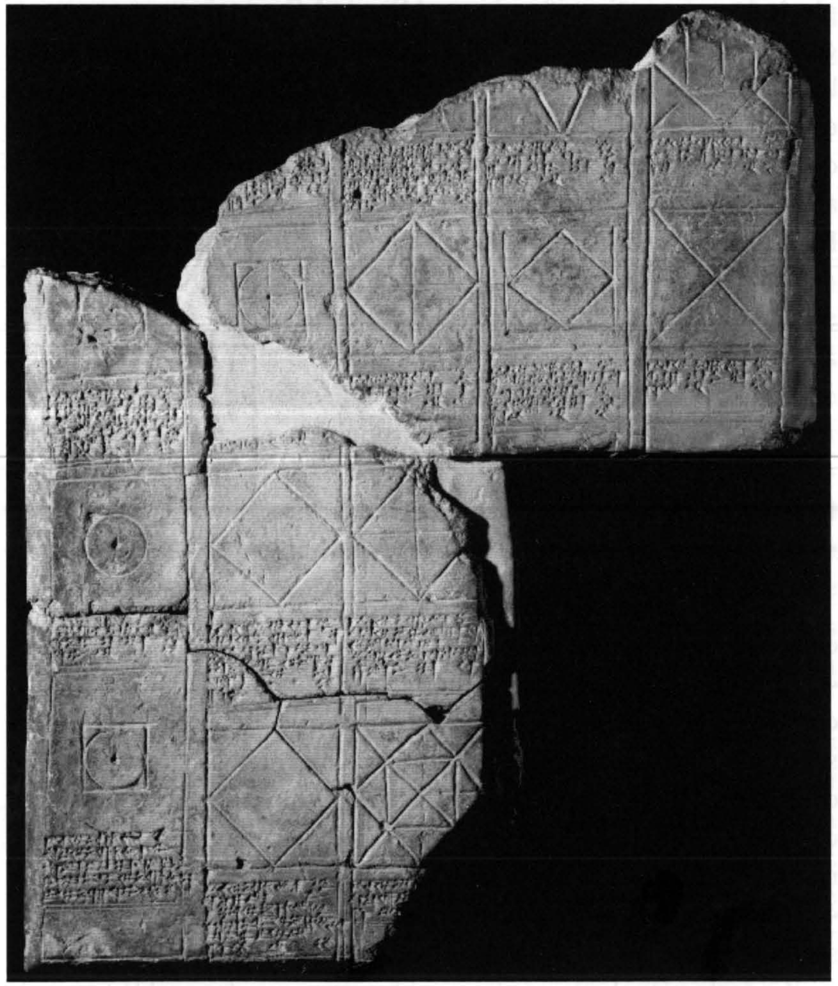


Figure 43. La tablette BM 15285, le fragment principal.

Chapitre 5

Caractéristiques générales

Des dessins ?

Tous les textes présentés ci-dessus étaient illustrés avec des dessins géométriques. Pourtant, deux tablettes seulement portaient des diagrammes géométriques et, dans ces deux cas, des illustrations de l'énoncé et non de la méthode.

Beaucoup d'aspects des problèmes analysés sont inexplicables dans l'interprétation arithmétique traditionnelle mais trouvent une explication toute naturelle dans une lecture géométrique. Par conséquent, une certaine forme de géométrie a dû intervenir dans le raisonnement des Babyloniens. Il est cependant peu probable que les Babyloniens aient fait des dessins tout à fait semblables aux nôtres. Par contre, nombreux sont les textes qui nous donnent des raisons de croire qu'ils se contentaient d'esquisses rudimentaires de structure ; voir par exemple page 53, sur le changement d'échelle en une direction. L'absence de noms pour $L = 3\lambda$ et $F = 21\phi$ en IX n° 3 (voir page 61) suggère aussi qu'aucun nouveau diagramme n'était réalisé sur lequel on aurait pu les identifier, alors que λ et ϕ pouvaient être identifiés comme les côtés de « la surface 2 ».

Cela n'est finalement pas étonnant. Une fois familiarisé avec les techniques babyloniennes, on constate que quelques esquisses grossières permettent aisément de suivre les calculs. Il n'est même pas nécessaire de matérialiser les morcellements et les déplacements, le dessin seul du rectangle permet d'appréhender la solution. De la même manière que l'on opère un calcul mental, en prenant note tout au plus d'un ou deux résultats intermédiaires, on peut se familiariser avec la « géométrie mentale », tout au plus à l'aide d'une esquisse grossière.

Nous connaissons bon nombre de plans d'arpentage authentiques exécutés par les scribes mésopotamiens : la figure 44 en montre un. Ils ont exactement le caractère de diagrammes de structure ; ils ne cherchent ni à respecter les proportions linéaires (la différence entre les figures 26 et 27 [pages 68 et 70] illustre cette distorsion des

Figure 44. Un plan d'arpentage néo-sumérien (XXI^e siècle). On voit que le champ réel, qui est très irrégulier, est remplacé par un « rectangle de base » (appelé TEMEN) avec des pièces à ajouter et à éliminer.

proportions, mais il y a des cas beaucoup plus frappants), ni à rendre correctement l'ouverture des angles – à part précisément celle des angles « pratiquement droits », qui servent pour le calcul des surfaces et ont donc un *rôle structurel.*

On n'apprend pas la géométrie mentale sans avoir pratiqué d'abord une géométrie plus concrète ; des dessins doivent donc avoir existé. Il est toutefois peu pratique d'entreprendre des opérations de découpage

et de déplacement sur une tablette d'argile. « L'abaque de poussière », utilisé par les calculateurs phéniciens au premier millénaire avant notre ère[44], puis par les géomètres grecs, est bien plus commode pour cela. Sur ce type de support, il est facile d'effacer une partie d'une figure et de la redessiner ailleurs. Dans une cour de bâtiment recouverte par du sable, on peut faire de même (cf. page 31).

La poussière ou le sable semble aussi avoir servi dans la première phase d'apprentissage de l'écriture. On connaît des tablettes appartenant à cette phase où sont inscrits les modèles que les élèves devaient reproduire pour apprendre les signes cunéiformes ; de la seconde phase on connaît aussi des tablettes écrites (sur argile) par les élèves. Les exercices des élèves de la première phase n'ont pas laissé de traces archéologiques, ayant probablement été tracés dans le sable ou la poussière. Il n'y a donc aucune raison de s'étonner sur le fait que les dessins géométriques de l'enseignement de l'algèbre n'ont pas été trouvés.

Algèbre ?

Jusqu'ici nous avons (pour des raisons de commodité, et en accord avec l'habitude de la majorité des historiens des mathématiques) parlé d'une « algèbre » babylonienne sans prendre parti sur le sens qu'il fallait donner à ce mot moderne dans le contexte babylonien, et sans chercher à savoir si une technique géométrique peut vraiment être considérée comme une « algèbre ».

En cours de route, nous avons recueilli une quantité d'observations qui peuvent nous aider à nous former une opinion raisonnée.

Tout d'abord, il faut dire que l'algèbre moderne à laquelle on pourra éventuellement comparer la technique babylonienne est précisément *une technique*, à savoir la pratique des équations. Il n'y a rien dans les textes babyloniens qui nous permette de penser, ni à la théorie algébrique qui se développe depuis le XVI^e siècle (sur le rapport entre coefficients et solutions, etc.), ni, à plus forte raison, à la

---

[44] En effet, le mot grec ἄβαξ est un emprunt d'une racine phénicienne d'où dérivent les mots pour « poussière » et « s'envoler ».

théorie algébrique moderne (la théorie des groupes, etc.). L'algèbre actuelle à laquelle nous devons penser est celle qui s'apprend à l'école et qui s'exprime en équations.

Nous avons vu plus haut, page 26, en quel sens les énoncés babyloniens sont effectivement des *équations* : l'énoncé peut donner la mesure totale d'une combinaison de grandeurs mesurables (souvent, mais pas toujours, des grandeurs géométriques) ; ou il peut déclarer que la mesure d'une combinaison égale la mesure d'une autre, ou en diffère d'un montant donné. Le principe ne diffère pas des équations de toute algèbre appliquée, et donc des équations sur lesquelles opèrent aujourd'hui l'économiste et l'ingénieur. En ce sens-là, les énoncés babyloniens sont bien des équations.

Il y a pourtant une différence. L'ingénieur *opère* sur ses équations ; les grandeurs qu'il déplace de gauche à droite, les coefficients qu'il multiplie, etc., existent seulement comme éléments de l'équation, et n'ont aucune autre représentation. Les opérations des babyloniens, par contre, sont réalisées sur une représentation *différente*, la représentation géométrique.

À de rares exceptions près (que nous n'avons pas rencontrées ci-dessus), les résolutions babyloniennes sont *analytiques*. Cela aussi les rapproche de notre algèbre d'équations. En outre, leurs procédures correspondent normalement aux nôtres, ou au moins elles s'expliquent facilement en algèbre moderne.

Ces caractéristiques communes – les énoncés en forme d'équation, l'analyse, les procédures analogues – ont conduit beaucoup d'historiens des mathématiques à parler d'une « algèbre babylonienne » (*séduits*, disent certains critiques depuis une quarantaine d'années). Mais il y a une raison supplémentaire à cette appellation, une raison peut-être plus concluante bien que normalement négligée.

L'algèbre d'équations d'aujourd'hui possède une « représentation fondamentale » neutre (voir page 12) : les nombres. Cette représentation neutre est un récipient vide qui peut héberger toutes sortes de grandeurs mesurables : les distances, les aires, les prix, les densités, les charges ou les courants électriques, la fertilité des populations, etc. L'analyse géométrique grecque, au contraire, ne concerne rien d'autre que les grandeurs géométriques desquelles elle traite, celles-ci ne représentent rien d'autre que ce qu'elles sont.

Sur ce point, la technique babylonienne s'apparente donc plus à l'algèbre d'équations d'aujourd'hui qu'à l'analyse grecque. Comme nous l'avons vu, ses segments peuvent représenter des aires, des prix (plus exact, leurs inverses) – et dans d'autres textes un nombre de travailleurs, les jours qu'ils travaillent, etc. Nous pourrions croire (parce que nous sommes habitués à confondre le plan géométrique abstrait avec le papier) que la géométrie est moins neutre que les nombres (nous savons bien distinguer le nombre 3 abstrait d'une collection de 3 cailloux). Mais nous devons admettre qu'au moins du point de vue *fonctionnel*, la géométrie babylonienne des grandeurs mesurables est un récipient vide elle aussi.

L'algèbre d'équations d'aujourd'hui est donc une *technique pour trouver* à l'aide de la *fiction que nous avons déjà trouvé* (l'analyse) et de la manipulation consécutive de grandeurs inconnues comme si elles étaient connues – le tout à l'intérieur d'une représentation qui est fonctionnellement vide (les nombres). En échangeant les nombres contre les grandeurs géométriques mesurables, nous pouvons en dire autant de la technique babylonienne – avec une petite réserve, sur laquelle nous reviendrons par la suite. Si la technique moderne est une « algèbre », il semble raisonnable de classer la technique babylonienne, telle que nous l'avons rencontrée dans les chapitres 1 à 3, sous le même titre.

Ceci ne veut pas dire qu'il n'y a aucune différence. Il y en a, et des différences importantes ; mais celles-ci ne sont pas d'une nature telle que l'on s'en servirait normalement pour distinguer l'algèbre de la « non-algèbre ».

À part la représentation par une géométrie des grandeurs mesurables, la plus grande différence est probablement que l'algèbre babylonienne du second degré (et des degrés supérieurs) n'a aucune application pratique – non pas parce qu'en principe elle ne pouvait pas en avoir (elle le pouvait fort bien), mais parce qu'aucun problème pratique à l'intérieur de l'horizon babylonien ne demandait l'application d'une algèbre supérieure. Pour cette raison, tous les problèmes algébriques de degré supérieur au premier sont artificiels, tous sont construits à rebours à partir de résultats connus (bien des problèmes du premier degré le sont également) ; l'auteur commence par exemple avec un carré de côté 10′, et trouve que la somme des quatre côtés et de la surface est 41´40″. *Le problème* qu'il construit commence donc avec cette valeur et demande (avec une formule chère aux calculateurs du Moyen Âge mais présente aussi en TMS XVI et TMS VII) que les côtés et la surface soient « séparés » ou « dispersés »[45].

Cette sorte d'algèbre est bien connue aujourd'hui. C'est ainsi que l'on construit les problèmes pour les collégiens et les lycéens si l'on veut être sûr qu'une solution raisonnable existe. La différence est que *nos* problèmes artificiels sont censés entraîner les élèves à des techniques qui leur serviront plus tard dans des situations réelles.

Ce que nous ne connaissons pas est la candeur avec laquelle certains textes babyloniens parlent de la valeur de grandeurs qui en principe ne sont pas connues. Mais puisque les textes distinguent clairement entre les grandeurs *données* et les grandeurs *seulement connues*, utilisant ces dernières seulement pour des buts d'identification et d'explication pédagogique, cette différence illustre avant tout la nécessité d'un moyen pour décrire la procédure – une alternative à nos ℓ, λ et L de l'algèbre et notre « segment AB » en géométrie. Puisque les textes représentent « le manuel du prof » (nonobstant le « toi » qui prétend s'adresser à l'élève), nous ne pouvons pas exclure que la vraie explication orale aux élèves s'est servie du doigt pointant sur des diagrammes (« ce front-ci », « cette surface-là »). Ni, bien entendu, soutenir que les choses se sont vraiment passées comme ça – la meilleure fenêtre que nous avons sur la pratique didactique babylonienne est celle que nous offre TMS XVI n° 1 (page 25).

[45] Voir TMS XVI no 2 ligne 16 et TMS VII n° 1 ligne 4 (ci-dessous, pages 123 et 124); les deux termes semblent être synonymes. Cette « séparation » ou « dispersion », qui n'est pas une soustraction, est l'opération inverse de « l'empilage ».

Chapitre 6

L'arrière-fond

Ce que nous savons maintenant sur l'algèbre babylonienne – sa flexibilité, sa puissance opérationnelle pour résoudre des problèmes raffinés bien que dépourvus de pertinence pratique, la compétence de ceux qui s'en occupaient – laisse intacte l'énigme de son existence. Puisque cette énigme, comme observé à la page 1, court depuis presque 4000 ans, nous pouvons espérer apprendre quelque chose sur notre propre époque à travers une réflexion sur la situation dans le siècle du roi Hammurabi.

L'école des scribes

Les mathématiques babyloniennes n'étaient pas le violon d'Ingres d'amateurs aisés et hautement intelligents (comme l'étaient, ou comme voulaient l'être, les mathématiciens grecs). Elles s'enseignaient dans l'école des scribes – probablement pas à tous les élèves, au moins en ce qui concerne l'algèbre et les autres matières subtiles, mais du moins à une fraction des futurs scribes (ou des futurs maîtres d'école ?).

Le mot « scribe » pourrait induire en erreur. Bien sûr, le scribe devait savoir écrire. Mais l'aptitude au calcul était tout aussi importante (l'écriture, en effet, avait été inventée comme instrument pour la comptabilité, et cette fonction subordonnée au calcul restait primordiale). Les collègues modernes du scribe sont les ingénieurs, les comptables et les notaires.

Pour cette même raison, il vaut mieux ne pas parler de « mathématiciens » babyloniens. À strictement parler, ce qu'on enseignait à l'école des scribes ne doit pas être compris d'abord comme étant des « mathématiques » mais plutôt comme étant du *calcul*. Le scribe devait être capable de *trouver le nombre correct*, soit dans ses fonctions d'ingénieur, soit comme comptable. Même les problèmes qui ne s'occupent pas de pratique vraie portent toujours sur des grandeurs mesurables, et ils demandent toujours un résultat numérique, comme nous l'avons vu. Il serait plus approprié de parler de l'algèbre comme

« calcul pur » que comme une mathématique (inappliquée et donc) « pure ». Les propos préliminaires de la page 1 sur ce sujet sont donc à repenser !

Pour cette raison aussi, une bonne partie des problèmes sans rapport réel avec la pratique parlent néanmoins de la mesure et du partage des champs, de la production de briques, de la construction de rampes de siège, d'achat et de vente, de prêts avec intérêt. On peut effectivement apprendre beaucoup sur la vie quotidienne babylonienne (ainsi qu'elle se présentait aux yeux d'un scribe professionnel) à travers les sujets dont parlent ces problèmes, même quand leur contenu mathématique est tout à fait artificiel.

Si nous voulons vraiment trouver des mathématiciens babyloniens au sens moderne, il faut les chercher parmi ceux qui ont *développé* les techniques et découvert comment on pouvait *construire* des problèmes difficiles mais possibles à résoudre. En particulier, nous pouvons penser au problème TMS XIX nº 2 (non présenté dans ce livre) : trouver les côtés ℓ et f d'un rectangle à partir de sa surface et de la surface d'un autre rectangle $\sqsubset\!\sqsupset(d,\boxdot(\ell))$ (donc d'un rectangle dont un des côtés est la diagonale du premier rectangle et l'autre le volume d'un cube construit sur sa longueur). Ceci est un problème du huitième degré. Sans un travail systématique de caractère théorique, dont le point de départ était peut-être quelque chose comme BM 13901 nº 12, il aurait été impossible de savoir qu'il est (selon nos termes) bi-biquadratique, et qu'il se résout donc par une cascade de trois équations du second degré. Ce travail théorique n'a pourtant pas laissé les moindres traces écrites.

Le premier but : exercice de calcul numérique

En suivant la progression de l'un des textes algébriques – en particulier, l'un des textes compliqués – on est facilement tenté de faire confiance aux calculs – « il doit être vrai que IGI de 6°56′40″ est 8′38″24‴, et si ce n'était pas le cas, l'édition moderne du texte aurait certainement inséré une note » (et en effet, quelques fautes d'écriture ont été tacitement corrigées ci-dessus ; en conséquence, tous les

calculs devraient être corrects). Le lecteur qui n'a pas fait confiance aura d'autre part acquis un bon entraînement en calcul sexagésimal.

Cela illustre l'une des fonctions de l'algèbre babylonienne dans le cursus scolaire : elle fournissait un bon prétexte pour s'exercer au calcul avec des nombres difficiles. Le but de l'école étant l'entraînement aux routines professionnelles, la pratique intense de l'usage du système sexagésimal qu'exigeait l'algèbre était évidemment la bienvenue.

Cette réflexion peut être transférée à notre époque et à l'enseignement des équations du second degré. Son but n'a jamais été d'aider les élèves à copier des disques ou des CD sur des musicassettes, cela va de soi. Mais la réduction d'équations compliquées et la résolution des équations du second degré qui en découlent n'est pas le plus mauvais prétexte pour habituer les élèves à la manipulation d'expressions symboliques algébriques et pour les entraîner à l'insertion de valeurs numériques dans une formule. Il semble avoir été difficile de trouver de meilleures alternatives qui soient de plus grande pertinence pratique – et la compréhension ainsi que la manipulation de formules algébriques et l'insertion de valeurs numériques sont des routines nécessaires dans beaucoup d'emplois.

Le second but : l'orgueil professionnel

Sans doute, l'exercice de la dextérité professionnelle est un but pertinent, même s'il est atteint par voie indirecte. Mais cela n'était pas le seul but de l'enseignement de mathématiques apparemment futiles, il y en avait d'autres bien différents, de caractère culturel ou idéologique, comme le montrent les « textes d'Edubba » (voir ci-dessus, p. 32), qui servaient pour former l'orgueil professionnel des futurs scribes.

Il y a toute une série de tels textes. Ils parlent peu des routines pratiques nécessaires : de telles compétences étaient trop élémentaires, la fierté d'être un scribe accompli, pour paraître légitime, avait besoin d'un support plus substantiel. Lire et écrire la langue maternelle en écriture syllabique comptait peu. Écrire le sumérien (que seulement les autres scribes comprenaient) était autre chose ! Connaître et pratiquer tous les logogrammes, notamment leurs interprétations occultes ou rares, cela aussi comptait.

Savoir calculer la surface d'un champ rectangulaire à partir du front et de la longueur ne constituait pas non plus une grande occasion de fierté. Même la détermination de la surface d'un trapèze était trop facile. Mais pour trouver le front et la longueur à partir de leur somme et de la surface qu'ils « tenaient », on avait déjà besoin d'une certaine agilité. Les trouver à partir de données comme celles de AO 8862 n°2, ou des informations monstrueuses de VAT 8532 – cela permettait de se considérer comme un *vrai* scribe calculateur, comme une personne qui pouvait prétendre au respect des non-initiés.

Nous ne savons rien sur l'usage du sumérien et des mathématiques dans le triage social des apprentis-scribes – une des fonctions de telles matières dans l'école d'aujourd'hui. Puisque l'école des scribes n'était pas une école publique avec un accès en principe égal pour tous, elle avait probablement moins besoin de ségrégation que nos écoles. Cependant, ces dernières remplissent aussi une fonction culturelle. Depuis la Renaissance et pendant des siècles, le latin (et la « latinité » comme emblème de la culture d'élite), faisait partie de l'aplomb idéologique de l'appareil administratif et juridique ; de ce point de vue, la formation mathématique des ingénieurs était plutôt vue (par ceux qui possédaient la culture latine ou qui avaient adopté ses normes) comme signe d'infériorité culturelle ; depuis le XVIII^e^ siècle, pourtant, les connaissances et la dextérité mathématiques (mieux encore, les connaissances et la dextérité *hors* du nécessaire) étaient des composantes essentielles de l'identité professionnelle des ingénieurs, des architectes et des officiers[46].

Même une analyse de la fonction culturelle des mathématiques babyloniennes « avancées » peut donc nous enseigner quelque chose sur notre propre époque.

[46] Au XIXe siècle, précisément ces trois groupes fournissaient le gros des abonnés du *Journal des mathématiques élémentaires*.

Chapitre 7

Origine et héritage

Une façon d'expliquer les structures et circonstances sociales et culturelles repose sur leur fonction : si l'école des scribes dépensait tant d'efforts et de temps pour enseigner les équations du second degré (ou le sumérien) et a continué à le faire pendant plusieurs siècles, ces activités doivent avoir eu des effets ou fonctions importants bien que non directement visibles. Nous venons d'envisager une telle explication.

Une autre façon de les expliquer – non alternative mais l'autre face de la monnaie – est basée sur l'origine historique. Qui a eu l'idée, et quand ? Ou, s'il ne s'agit pas d'une invention momentanée, comment le phénomène s'est-il développé, à partir de quelles structures et conditions précédentes ? Dans notre cas particulier : si l'invention n'a pas été faite dans le cadre de l'école des scribes, d'où vient l'inspiration, et comment l'activité a-t-elle peut-être changé de caractère à cause de la transplantation dans un nouveau milieu qui lui a donné de nouvelles fonctions ?

Durant les 40 dernières années, nos connaissances sur les mathématiques mésopotamiennes du III^e^ millénaire se sont beaucoup améliorées, notamment en ce qui concerne les calculs de surfaces rectangulaires ou quasi rectangulaires. Nous pouvons maintenant conclure avec assurance que nous n'avons pas trouvé des problèmes d'algèbre de cette époque *parce qu'il n'y en avait pas*. Ceci s'oppose à la croyance traditionnelle que tout en Mésopotamie doit être très ancien, et que les mathématiques babyloniennes ne sont donc que le prolongement des mathématiques sumériennes ; bien sûr, nous sommes en « Orient », où tout, comme on le sait, est sans âge et sans développement (et surtout sans progrès) – en « Occident » une conviction, elle aussi, « sans âge et sans développement ».

L'origine : les devinettes des arpenteurs

Au contraire l'algèbre de l'école des scribes paléo-babylonienne n'est donc *pas* une continuation de traditions d'école séculaires (ou millénaires) – rien de similaire existait au IIIe millénaire. Elle est une des expressions (il y en a plusieurs) du renouveau de la culture des scribes de la période paléo-babylonienne. En principe, l'algèbre aurait pu être inventée dans le cadre de l'école ; une telle hypothèse s'accorderait bien avec le fait que le vocabulaire central pour l'arpentage et une partie de celui pour le calcul pratique est en sumérien (« longueur », « front », IGI, « être égal auprès de »), tandis que les termes qui caractérisent le genre algébrique en particulier, ainsi que le vocabulaire qui sert pour formuler les *problèmes*, sont en akkadien.

Pourtant, une invention dans le cadre de l'école s'accorde très mal avec les autres sources. En particulier elle ne s'accorde pas du tout avec la forme sous laquelle des problèmes et des techniques appartenant à la même famille font surface dans des sources grecques et du Moyen Âge. Une analyse précise nous révèle une histoire très différente (le matériel est bien trop vaste pour permettre une présentation complète de l'argumentation ici, mais une partie est tissée dans l'exposé qui suit).

Les arpenteurs du centre de l'Iraq (peut-être d'une région plus étendue, mais cela n'est qu'une hypothèse en ce qui concerne cette époque haute) avaient une tradition de devinettes géométriques. De telles devinettes professionnelles nous sont familières d'autres milieux prémodernes de « praticiens mathématiques » (les spécialistes de calcul commercial, de comptabilité, etc.) dont la formation était basée sur l'apprentissage et non ancrée dans une école plus ou moins savante. On peut citer, par exemple, le problème des « cent oiseaux », qu'on trouve dans d'innombrables collections de problèmes du Moyen Âge chinois, indien, arabe et européen :

> Un homme va au marché et achète 100 oiseaux pour 100 dinars. Une oie lui coûte 3 dinars, une poule 2 dinars, et de poulets il en prend 3 pour chaque dinar. Dis-moi, si tu es un vrai calculateur expert, ce qu'il achète[47] !

Le nombre des solutions est élevé : 5 oies, 32 poules, et 63 poulets ; 10 oies, 24 poules, et 66 poulets ; etc. Pour une devinette, même mathématique, il n'est pourtant pas nécessaire de donner une solution complète, ni de donner une démonstration (outre la preuve numérique que la réponse donnée fonctionne)[48]. Celui qui est en état de donner *une* bonne réponse montre qu'il est un calculateur compétent « à la stupéfaction des ignorants » (comme dit un manuel d'arithmétique pratique de 1545).

Souvent, la résolution d'une telle devinette a recours à un artifice particulier. Ici, par exemple, on doit se rendre compte qu'on doit acheter 4 poulets chaque fois qu'on achète une oie – cela donne 4 oiseaux pour 4 dinars ; et avec 2 poules on doit acheter 3 poulets – 5 oiseaux pour 5 dinars.

De telles « problèmes récréatifs » (c'est ainsi qu'on les appelle après qu'ils furent adoptés par une culture mathématique enracinée à l'école, en conséquence de quoi leur fonction était réduite à la récréation) avaient une double fonction dans leur milieu d'origine. D'une part, ils servaient à l'entraînement – même dans l'école d'aujourd'hui, un lion qui mange 4 profs de mathématiques par heure peut être une variante bienvenue aux enfants qui reçoivent 3 bonbons par jour ; d'autre part, et surtout (parce que les artifices n'avaient que rarement une fonction dans le vrai calcul pratique), ils permettaient

47 Ceci est une variante « moyenne ». Les prix peuvent varier, et les espèces aussi (il s'agit souvent, mais pas toujours, d'oiseaux). D'habitude, pourtant, le problème parle de 100 animaux et 100 unités monétaires. En général, il y a aussi trois espèces, dont deux coûtent plus que l'unité, et une coûte moins.

48 Qui veut, peut chercher la solution complète sans ou avec les nombres négatifs (qui exprimeraient que l'homme vend), et démontrer qu'il s'agit en effet d'une solution complète sous les conditions choisies. C'est ce que faisait le mathématicien arabe Abū Kāmil aux environs de 900, qui en profitait pour railler, dans l'introduction du traité, les praticiens sans compréhension théorique qui offraient seulement une solution quelconque – et qui comprenaient donc la demande comme une devinette et non comme un problème *mathématique*.

aux membres de la profession de se sentir de « vrais calculateurs experts » – en parallèle à ce qui est dit ci-dessus sur la fonction du sumérien et des « mathématiques trop avancées » pour les scribes babyloniens.

Entre 2200 et 1800 avant notre ère, les arpenteurs akkadiens ont inventé l'artifice qu'on appellera plus tard « la procédure akkadienne », c'est-à-dire le complément quadratique ; aux environs de 1800, un petit nombre de devinettes géométriques sur les carrés et les rectangles circulait dont la résolution était basée sur cet artifice. Une caractéristique commune de ces devinettes était de toujours considérer les éléments qui entrent directement dans les figures – par exemple « *le* côté » ou « *tous* les côtés » d'un carré, jamais « 3 fois le côté » ou « $\frac{1}{3}$ de la surface ».

Si ${}_4c$ désigne « les quatre côtés » et $\square(c)$ la surface d'un carré, d la diagonale et $\sqsubset\!\sqsupset(\ell,f)$ la surface d'un rectangle, la liste des devinettes semble avoir contenu les problèmes suivants :

$$c + \square(c) = 110$$
$${}_4c + \square(c) = 140$$
$$\square(c) - c = 90$$
$$\square(c) - {}_4c = 60\ (?)$$

$$\ell + f = \alpha\,,\quad \sqsubset\!\sqsupset(\ell,f) = \beta$$
$$\ell - f = \alpha\,,\quad \sqsubset\!\sqsupset(\ell,f) = \beta$$

$$\ell + f = \alpha\,,\quad (\ell - f) + \sqsubset\!\sqsupset(\ell,f) = \beta$$
$$\ell - f = \alpha\,,\quad (\ell + f) + \sqsubset\!\sqsupset(\ell,f) = \beta\ ;$$

$$d = \alpha\,,\quad \sqsubset\!\sqsupset(\ell,f) = \beta\ .$$

En outre, il y avait des problèmes sur deux carrés (somme ou différence des côtés, et somme ou différence des surfaces données) ; un problème sur la somme du périmètre, du diamètre et de la surface d'un cercle, et *peut-être* le problème $d - c = 4$ pour un carré, avec une pseudo-solution $c = 10$, $d = 14$; deux problèmes sur un rectangle, déjà connus avant 2200 avant notre ère, avec comme données, pour l'un, la surface et le front, pour l'autre la surface et la longueur – et apparemment rien de plus[49].

Ces devinettes ont été adoptées par l'école des scribes paléo-babylonienne, où elles servaient de point de départ pour le développement de l'algèbre comme véritable discipline. Mais l'école n'a pas pris possession de la tradition des devinettes telle quelle. Une devinette, pour être frappante, doit traiter d'entités évidentes (*le* côté, *tous* les côtés, etc.) ; une institution scolaire, en revanche, est inclinée à s'engager dans la variation systématique des coefficients – particulièrement une école déjà très encline aux procédures de variation systématique, comme l'était l'école des scribes depuis l'invention de l'écriture. Dans une devinette, il est normal aussi de commencer par ce qui est *plus* naturellement là (par exemple, « les quatre côtés » d'un carré), et d'introduire ensuite ce qui en dérive (donc sa surface). À l'école il paraît naturel, par contre, de privilégier la procédure, et donc de parler d'abord de cette surface qui doit ensuite être pourvue d'un forjet ou d'un socle.

Ces considérations expliquent déjà pourquoi tous les autres problèmes d'un texte comme BM 13901 diffèrent de l'archaïsant n° 23, « les quatre côtés et la surface ». Mais les changements ne s'arrêtent pas là. D'abord, la variation des coefficients appelle l'introduction d'une nouvelle technique comme le changement d'échelle dans une direction ; la variation hardie que constitue l'addition d'un volume et d'une surface mène à une innovation bien plus radicale : la factorisation. L'invention de ces nouvelles techniques a rendu possible la résolution de problèmes encore plus compliqués. D'autre part, par l'effet de l'exercice systématique, la résolution des problèmes fondamentaux devenait une chose banale, insuffisante pour l'orgueil professionnel ; ainsi, la résolution de problèmes compliqués devenait non seulement une possibilité mais aussi une nécessité culturelle. On peut supposer que l'orientation de la profession des scribes vers un large éventail de pratiques invitait à inventer des

[49] Dans les textes paléo-babyloniens, un groupe clos était constitué par les quatre problèmes sur un rectangle où est donné l'un des côtés, leur somme ou leur différence ; on peut présumer que l'artifice ait d'abord été inventé pour faire croître ce groupe de deux à quatre membres.

problèmes hors du champ de la géométrie d'arpentage abstraite qui permettraient le déploiement des méthodes algébriques – et donc, même si la « recherche » n'était pas une fin de l'école des scribes, à explorer la possibilité de *représentation*. C'est donc, selon cette reconstruction, le transfert vers l'école qui a fait de la technique de découpage et recollage le *cœur d'une vraie algèbre*.

Même les résolutions étaient transformées. Dans la tradition des devinettes, 10 était la grandeur favorite pour le côté d'un carré ; la valeur préférée de l'école était 30′, et quand un problème archaïsant retenait 10, l'ordre de grandeur était changé en 10′. Et, comme expliqué plus haut (page 33), l'hypothétique « quelqu'un » posant la question fut remplacé par le « moi » du professeur.

BM 13901 n° 23 (page 78), retenant « les quatre fronts et la surface » (dans cet ordre) et le côté 10 tout en changeant son ordre de grandeur, est donc un fossile caractéristique de la tradition des devinettes. Même son langage est archaïsant, jouant apparemment sur le mode d'expression des arpenteurs non formés à l'école. Somme toute, semble-t-il, une espèce de « dernier problème avant noël ».

L'héritage

Une invasion et un maraudage hittites aux environs de 1600 avant notre ère, suivis par une prise de pouvoir par des tribus barbares, mirent une fin abrupte à la période paléo-babylonienne et sa culture.

L'école des scribes disparut ; pour longtemps l'usage de l'écriture fut fortement réduit, et même après cela les scribes se formèrent par apprentissage à l'intérieur de « familles de scribes » (apparemment de vraies familles « de sang », non d'apprentissage formalisé comme adoption).

Même les mathématiques raffinées succombèrent. La nécessité sociale du calcul pratique ne disparut pas, mais la fierté professionnelle des scribes savants s'appuyait dorénavant sur l'appartenance à une tradition vénérée. Le scribe se comprenait désormais vraiment comme quelqu'un qui *sait écrire, même la littérature*, et non comme un calculateur. Les 1200 ans qui suivirent l'effondrement de la culture paléo-babylonienne ne nous ont pas laissé un seul texte d'algèbre. Cela en soi ne dit pas grand-chose, parce qu'il ne reste de cette

période qu'un nombre extrêmement restreint de textes mathématiques même au sens large (quelque textes de comptabilité, des traces d'arpentage, des tables d'inverses et de carrés). Mais *quand* un minimum de textes mathématiques émerge de nouveau, la terminologie nous permet de distinguer ce qui a été transmis à l'intérieur d'un entourage de scribes connaissant le sumérien, et ce qui a dû être emprunté de nouveau d'un milieu non-scolaire. À cette dernière catégorie appartient une petite poignée de problèmes sur les carrés et les rectangles – sans représentation, sans variation de coefficients, sans raffinements comme le roseau brisé – seulement des problèmes qui s'apparentent aux devinettes originales.

Les textes babyloniens tardifs ne nous informent, ni, évidemment, directement, ni indirectement, sur le milieu où les devinettes se sont transmises, même si une continuation de la tradition d'arpentage est l'hypothèse la plus naturelle. D'autres sources nous démontrent au moins que la tradition qui jadis avait inspiré l'algèbre de l'école paléo-babylonienne survécut en dépit de la disparition de celle-ci.

Le meilleur témoignage est un manuel arabe de géométrie pratique, écrit peut-être aux environs de 800 (peut-être plus tardivement, mais avec une terminologie et dans une tradition qui correspond à cette date) et connu à travers une traduction latine du XII[e] siècle. Il contient tous les problèmes attribués ci-dessus à la tradition de devinettes, à part ceux qui concernent deux carrés et celui sur le cercle – en particulier le problème sur les quatre côtés et la surface, dans l'ordre de BM 13901 n° 23, et encore avec la solution 10. Il conserve aussi l'alternance complexe entre les personnes grammaticales, l'hypothétique « quelqu'un » qui pose la question dans les premiers textes d'école, l'exhortation de retenir quelque chose en mémoire, et même la citation de mots de l'énoncé comme quelque chose qu'« il » a dit pour justifier une démarche spécifique dans le calcul. Des problèmes de cette tradition réapparaissent à maintes reprises dans des textes des siècles suivants – ainsi, « les quatre côtés et l'aire » avec la solution 10 se retrouve encore (apparemment pour la dernière fois) dans la *Summa de arithmetica* de Luca Pacioli de 1494.

Dans les mathématiques grecques, les problèmes « algébriques » du second degré sont rares mais pas tout à fait absents. L'un d'entre

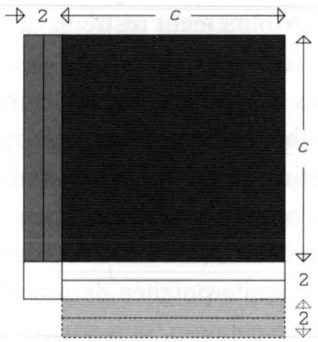


Figure 45. « L'aire ajoutée au périmètre » des *Geometrica*

eux est particulièrement intéressant pour nous. Dans l'un des composants d'un ensemble de textes de géométrie pratique connu collectivement sous le titre *Geometrica* (attribué traditionnellement mais à tort à Héron), nous retrouvons « les quatre côtés et la surface », avec pour seule variante le fait que « les quatre côtés » deviennent « le périmètre ». En revanche, la description géométrique est tellement précise qu'elle nous indique le haut et le bas de la figure (le rectangle représentant les quatre côtés est ajouté en bas, voir figure 45). Le texte parle explicitement du rectangle qui représente $4c$ comme « 4 pieds ».

Depuis la découverte de l'algèbre babylonienne, on a souvent maintenu qu'une partie de la géométrie théorique grecque (plus précisément, en particulier, *Éléments* II.1-10 d'Euclide) serait une traduction des résultats de l'algèbre babylonienne en langage géométrique. Cette conception n'est pas sans problèmes : Euclide, par exemple, ne résout pas des problèmes mais démontre des constructions et des théorèmes. L'interprétation géométrique de la technique babylonienne semble cependant parler en faveur de l'hypothèse. Un rapprochement des dix théorèmes II.1 à 10 d'Euclide avec la liste des devinettes donne un résultat inattendu : tous les dix peuvent s'y rattacher directement, ils sont en effet des démonstrations que *les méthodes naïves de la tradition peuvent être justifiées selon la meilleure norme théorique*. Il n'y a d'autre part *rien* chez Euclide, ou chez les autres mathématiciens grecs (ou des autres parties du monde et des autres époques) qui puisse être lié aux innovations de l'école paléo-babylonienne. L'algèbre de celle-ci était un cul-de-sac en dépit

de son haut niveau – ou, plutôt, *en raison de* ce niveau, qui ne lui permit de prospérer que dans le milieu très particulier de l'école.

Les *Éléments* d'Euclide ont sans doute eu une importance primordiale dans l'histoire des mathématiques. La plus grande influence de la tradition des arpenteurs sur les mathématiques modernes est néanmoins due à son influence sur l'algèbre arabe du Moyen Âge. Celle-ci aussi semble avoir puisée son origine dans une tradition de devinettes. Comme signalé ci-dessus (page 98), ses problèmes types traitaient d'une somme d'argent (un « avoir ») et sa racine carrée. Leurs résolutions suivaient des règles sans preuve, comme dans ce cas-ci :

> Un avoir et 10 de ses racines carrées sont égalés à 39 dinars. Dont la signification est que d'un avoir auquel est ajouté dix de ses racines est accumulé un total qui est 39. Dont la règle est que tu partages en deux les racines, qui en cette question sont cinq. Multiplie-les donc avec elles-mêmes, et en arrive vingt-cinq. Auxquels tu joins trente-neuf, et ils seront soixante-quatre. Dont tu prends la racine, qui est huit. Puis soustrais de cela la moitié des racines, ce qui est cinq. Il reste donc trois, ce qui est la racine de l'avoir. Et l'avoir est neuf.

Déjà le premier auteur d'un traité sur l'algèbre que nous connaissons (probablement le premier *traité* sur le sujet)[50] – al-Khwārizmī, du début du IX^e siècle – n'était pas satisfait par des règles sans support de raisonnement ou de preuve. Pour cette raison, il adopta les preuves géométriques de la tradition des arpenteurs, correspondants aux figures 12, 14, 22 et, surtout, la configuration caractéristique de la figure 33. Plus tard, des mathématiciens comme Fibonacci, Luca Pacioli et Cardan virent ces preuves géométriques comme le cœur de l'algèbre. C'est ainsi que la vieille tradition des arpenteurs conquit la discipline de l'intérieur ; le mot *census*, traduction latine de « avoir », était compris comme un autre mot pour « carré ». Tout ceci s'est passé en interaction avec *Éléments* II – également endettés envers la tradition des arpenteurs.

Bien que l'algèbre des tablettes cunéiformes fut un cul-de-sac – impressionnant mais cul-de-sac tout de même – les principes qu'elle

[50] La citation est extraite de ce traité, rendue en « traduction conforme » de la version latine du XIIe siècle (le meilleur témoin du texte original).

avait empruntés aux praticiens sans érudition ne l'étaient donc pas. Sans cette inspiration, on comprend mal comment les mathématiques modernes auraient pu aboutir. Comme on l'a dit à propos du bon Dieu : « S'il n'existait pas, il aurait fallu l'inventer ».

Chapitre 8

Une morale

Une morale ? Comment ? Qu'est-ce que la morale a à faire avec les mathématiques et leur histoire ?

D'abord, « une morale » – celle d'un conte – n'est pas la même chose que *la morale*. La morale d'un conte représente la réflexion qui s'offre après la lecture, « qu'est-ce qu'on peut y apprendre ? » pour le futur. En ce sens, non seulement les fables mais aussi les textes qui racontent l'histoire ont souvent pour but de suggérer une morale implicite – au moins depuis le temps où les scribes du roi Salomon racontèrent les événements des règnes de Saül et David.

En ce sens, même l'histoire des mathématiques, et les histoires des mathématiques, ont leurs morales. La première interprétation de l'algèbre babylonienne portait le message implicite que « eux », ils avaient les mêmes mathématiques que « nous ». Il leur manquait seulement ce symbolisme algébrique qui nous a permis les progrès ultérieurs ; et ils n'avaient pas encore « découvert » les nombres négatifs (ce qui, dans la littérature « de seconde main », se transformait en croyance qu'ils les avaient bien découverts). « Eux » n'avaient pas fait autant de progrès que « nous », mais ils étaient *sur la même voie* : la seule voie, la voie vers nous. Avec un corollaire à portée de main : le fait que notre voie est la seule voie, est la garantie que ce que nous faisons coïncide avec le progrès, et que tous les autres – les autres civilisations, et les élèves qui n'ont pas encore compris cette voie – doivent apprendre à la suivre. Un autre corollaire, peut-être pas à portée de main mais pas trop distante : ce qui vaut pour les mathématiques pourrait valoir pour d'autres aspects de la civilisation. « Nous » sommes le progrès concrétisé.

Ce message disparaît avec la nouvelle interprétation. Bien sûr, les mathématiques babyloniennes ressemblent souvent aux nôtres – probablement plus qu'aucune autre culture mathématique étrangère (nous avons appris trop et trop directement des Grecs et des Arabes pour parler de leurs mathématiques comme « étrangères »). Les différences, pourtant, sont grandes, en ce qui concerne les méthodes, les buts poursuivis, et le mode de pensée. Ce que nous pouvons apprendre de la nouvelle interprétation est donc que *les mathématiques peuvent se penser de plusieurs façons*, et qu'il faut toujours écouter l'autre (l'époque qu'étudie l'historien – l'autre culture – ou le partenaire de l'enseignant, l'élève) avant de nous fixer sur ce qu'il doit avoir pensé et ce qu'il doit penser. Si les mathématiques peuvent se penser de plusieurs façons, alors il n'y a aucune garantie que la nôtre soit vraiment *la* bonne. Mais en écoutant, nous pourrions arriver à comprendre mieux notre propre pratique et mode de pensée, et à mieux estimer si notre voie est l'une des voies fructueuses – peut-être aussi à comprendre *quels* sont les fruits promis.

Le progrès qu'on trouve dans le développement des mathématiques n'est pas une autoroute à sens unique (chose jamais vue hors du monde des métaphores non plus !). Selon une image formulée en 1875 par l'historien des mathématiques Moritz Cantor, il est à comparer au paysage fluvial avec tant d'affluents – affluents qui, avec des sinuosités, des bifurcations et des réunifications, ont tendance à courir dans la même direction, vers le même océan. Si progrès il y a dans l'histoire des civilisations, il doit être comparable.

Appendice A

Problèmes pour le lecteur

Les problèmes présentés dans les chapitres 1 à 4 étaient si variés qu'il fallait accompagner chacun d'eux par un commentaire copieux. Pour proposer au lecteur qui y trouve plaisir la possibilité de pénétrer quelques textes paléo-babyloniens sans être tenu par la main, cet appendice contient des problèmes en traduction seule ou suivi d'éclaircissements rudimentaires. Certains sont des pendants de problèmes présentés précédemment et proviennent des mêmes tablettes.

TMS XVI n° 2

13. Le 4e du front à ce duquel la longueur excède le front, à ajouter,
14. 15′. Toi, 15′ à 4 élève, 1 tu vois, qu'est-ce que c'est ?
15. 4 et 1 pose.
16. 15′ disperse. 10′, l'excès, et 5′, l'ajouté, pose. 20′, le front,
17. à 10′, l'excès, ajoute, 30′ la longueur, et 20′, à arracher, pose. 5′ à 4 élève,
18. 20′ tu vois. 20′, le front, à 4 élève, 1°20′ tu vois.
19. 30′, la longueur, à 4 élève, 2 tu vois. 20′, le front,
20. de 1°20′ arrache, 1 tu vois. 1
21. de 2, les longueurs, arrache, 1 tu vois, qu'est-ce que c'est ?
22. De 4, du quart, 1 arrache, 3 tu vois. IGI de 4 détache, 15′ tu vois.
23. 15′ à 3 élève, 45′ tu vois, comme tant qu'il y a de fronts pose. Pose à arracher.
24. 1 comme tant qu'il y a de longueurs pose. [...] 1 prends, à 1 longueur
25. élève, 30′ tu vois. 20′ le front, 20′ à 45′, (tant qu'il y a de) fronts, élève,
26. 15′ tu vois, 15′ à 15′ ajoute, 30′ tu vois, 30′ la longueur.

Commentaire : voir n° 1 de la même tablette, page 25.

TMS VII n° 1

1. Le 4ᵉ du front à la longueur j'ai ajouté, son 7ᵉ jusqu'à 10 je suis allé,
2. autant que la pile de longueur et front. Toi, 4 pose ; 7 pose ;
3. 10 pose. 5′ à 7 élève, 35′ tu vois.
4. 30′ et 5′ sépare. 5′, le pas, à 10 élève,
5. 50′ tu vois. 30′ et 20′ pose. 5′, le pas, à 4, du quart du front,
6. élève : 20′ tu vois, 20′ le front. 30′ à 4, du quart,
7. élève, 2 tu vois. 2 pose, longueurs. 20′ de 20′ arrache,
8. et de 2, 30′ arrache, 1°30′ tu vois.
9. De 4, du quart, 1 arrache, 3 tu vois.
10. IGI de 3 détache, 20′ tu vois. 20′ à 1°30′ élève :
11. 30′ tu vois, 30′ la longueur. 30′ de 50′ arrache, 20′ tu vois, 20′ est le front.
12. Retourne. 7 à 4, du quart, élève, 28 tu vois.
13. 10 de 28 arrache, 18 tu vois. IGI de 3 détache,
14. 20′ tu vois. 20′ à 18 élève, 6 tu vois, 6 (pour) la longueur.
15. 6 de 10 arrache, 4 (pour) le front. 5′ à 6 élève,
16. 30′ est la longueur. 5′ à 4 élève, 20′ tu vois, 20′ est le front.

Commentaire : voir n° 2 de la même tablette, page 33.

VAT 8389 n° 1

Face I

1. De 1 BÙR, 4 GUR de grain j'ai perçu.
2. De 1, autre, BÙR, 3 GUR de grain j'ai perçu.
3. Le grain excède le grain de 8°20′.
4. Mes parcelles j'ai empilées, 30`.
5. Mes parcelles quoi ?
6. 30`, un BÙR, pose. 20`, le grain qu'il a perçu, pose.
7. 30`, le second BÙR, pose.
8. 15`, le grain qu'il a perçu, pose.
9. 8°20′, duquel le grain excède le grain, pose,
10. et 30`, la pile des surfaces des parcelles, pose.
11. 30`, la pile des surfaces des parcelles,

12. en deux brise : 15`.
13. 15` et 15`, jusqu'à deux fois pose.
14. IGI de 30`, un BÙR, détache : 2″.
15. 2″ à 20`, le grain qu'il a perçu,
16. élève, 40′ le faux grain ; à 15` que jusqu'à deux fois
16a tu as posé,
17. élève, 10` que ta tête retienne !
18. IGI de 30`, le second BÙR, détache, 2″.
19. 2″ à 15`, le grain qu'il a perçu,
20. élève, 30′ le faux grain ; à 15` que jusqu'à deux fois
20a tu as posé, élève, 7`30.
21. 10` que ta tête retient
22. excède 7`30 de quoi ? De 2`30 il excède.
23. 2`30 qui excède, de 8`20
24. dont le grain excède le grain

Face II

1. arrache : 5`50 tu laisses.
2. 5`50 que tu as laissé,
3. que ta tête retienne !
4. 40′, la modification(?), et 30′ la modification(?)
5. empile : 1°10′, l'IGI je ne connais pas.
6. Quoi à 1°10′ dois-je poser
7. qui me donne 5`50 que ta tête retient ?
8. 5` pose. 5` à 1°10′ élève,
9. 5`50 il te donne.
10. 5` que tu as posé, de 15` que jusqu'à deux fois
11. tu as posé, de l'un arrache,
12. à l'autre ajoute.
13. Le premier est 20`, l'autre est 10`.
14. 20` est la surface de la première parcelle, 10` est la surface de la seconde parcelle.
15. Si 20` est la surface de la première parcelle,
16. 10` la surface de la seconde parcelle, leurs grain quoi ?
17. IGI de 30`, un BÙR, détache : 2″.
18. 2″ à 20`, le grain qu'il a perçu,
19. élève, 40′ ; à 20`, la surface de la première parcelle,
20. élève, 13`20 le grain de 20`, la surface de la parcelle.
21. IGI de 30`, le second BÙR, détache : 2″.
22. 2″ à 15`, le grain qu'il a perçu, 30′

23. 30′ à 10`, la surface de la seconde parcelle,
24. élève, 5` le grain de 10`, la surface de la seconde parcelle.
25. 13`20, le grain de la première parcelle,
26. excède 5`, le grain de la seconde parcelle,
27. de quoi ? De 8`20 il excède.

Ce problème se trouve sur une de deux tablettes jumelles, avec un total de dix problèmes sur la redevance due sur les deux parcelles d'un champ. Sur une parcelle la redevance est 4 GUR de grain par BÙR, sur l'autre elle est 3 GUR par BÙR. Le problème présent nous informe aussi que la surface totale est 30` (SAR = 1 BÙR), et que la différence entre les redevances totales des deux parcelles est 8`20 SÌLA. Dans les autres problèmes sont donnés, par exemple, les deux surfaces ou la différence entre les surfaces et la redevance totale.

Comme expliqué à la page 13, le BÙR et le GUR sont des unités appartenant à la vie pratique. Pour travailler dans le système positionnel nous devons les convertir dans les unités étalons SAR et SÌLA (1 BÙR = 30` SAR, 1 GUR = 5` SÌLA) ; comme nous le voyons, la différence entre les deux redevances est déjà donnée en SÌLA, et la surface totale en SAR.

Un lecteur moderne pourrait trouver étrange que les deux redevances par BÙR, qui dans les lignes I.1-2 sont données en GUR (par BÙR), sont traduites en SÌLA dans les lignes I.6 à 7 sans multiplication ; en général, comme nous le voyons, le texte ne saute aucune étape intermédiaire. L'explication est que la conversion se fait moyennant une table « métrologique » (probablement une table mémorisée). Précisément parce que de telles conversions étaient si souvent requises, les scribes avaient des tables qui, non seulement donnaient les conversions des unités pratiques, mais aussi de leurs multiples. Par contre, ils ne possédaient pas de tables pour les conversions combinées, et ainsi la conversion finale en SÌLA par SAR demande un calcul.

Le lecteur moderne s'étonne peut-être aussi que le texte n'indique pas une fois pour toutes la valeur du BÙR en SÌLA et son IGI. Une fois encore l'explication est que le texte décrit la technique de calcul des Babyloniens : le calculateur écrit sur une petite tablette brouillon les trois nombres 20 (20` SÌLA par BÙR), 30 (30`` SAR par BÙR) et 2 (2″, IGI de 30`) – et après, s'appuyant sur la table de multiplication, le produit 40 (20`·2″ = 40′ SÌLA par SAR).

Une petite explication peut être nécessaire pour faciliter la compréhension de la procédure : d'abord, le texte trouve ce que serait la différence entre les deux redevances totales si les deux parcelles étaient égales, et donc 15` SAR chacune. Cette différence n'est pas suffisante – il manque 2`30 SÌLA – et il faut donc agrandir la première parcelle. Chaque fois qu'un SAR est transféré de la seconde à la première parcelle, la différence s'agrandit de 40′ + 30′ SÌLA (les deux « modifications » de II.4[51]) ; le nombre des SAR qui sont à transférer se trouve par division.

À la fin vient une vérification numérique. Cela n'est pas rare dans les textes babyloniens, même si ce n'est pas la règle.

VAT 8390 n° 1

Face 1

1. Longueur et front j'ai fait tenir : 10` la surface.
2. La longueur avec soi-même j'ai fait tenir :
3. Une surface j'ai bâtie.
4. Autant que ce dont la longueur excède le front
5. j'ai fait tenir, jusqu'à 9 je l'ai répété,
6. (c'est) autant que la surface que la longueur avec soi-même
7. est fait tenir.
8. Longueur et front quoi ?
9. 10` la surface pose,
10. et 9 auquel il a répété pose.
11. L'égal de 9 auquel il a répété quoi ? 3.
12. 3 à la longueur pose.
13. 3 au front pose.

---

[51] La tablette est endommagée ici, mais les traces de signes visibles pourraient venir du mot *takkirtum*, qui signifie « changement » ou « modification », mais qui n'apparaît pas dans d'autres textes mathématiques. De toute façon, ce doute philologique ne touche pas l'interprétation de la procédure mathématique.

14. Puisque « autant que ce dont la longueur excède le front
15. j'ai fait tenir », il a dit,
16. 1 de 3 que tu as posé au front
17. arrache : 2 tu laisses.
18. 2 que tu as laissé, au front pose.
19. 3 qu'à la longueur tu as posé,
20. à 2, qu'au front tu as posé, élève, 6.
21. IGI de 6 détache : 10´.
22. 10´ à 10`, la surface, élève, 1`40.
23. L'égal de 1`40 quoi ? 10.

Face II

1. 10 à 3 qu'à la longueur tu as posé
2. élève, 30 est la longueur.
3. 10 à 2 qu'au front tu as posé
4. élève, 20 est le front.
5. Si 30 la longueur, 20 le front,
6. la surface quoi ?
7. 30, la longueur, à 20, le front, élève, 10` la surface.
8. 30, la longueur, avec 30 fais tenir : 15`.
9. 30, la longueur, excède 20, le front, de quoi ? de 10 il excède.
10. 10 avec 10 fais tenir : 1`40.
11. 1`40 à 9 répète : 15` la surface.
12. 15` la surface est autant que 15`, la surface que la longueur
13. avec soi-même est fait tenir.

Comme support pour l'interprétation, un diagramme peut être utile (figure 46). Le texte s'explique alors presque de soi-même, en particulier si l'on se reporte à BM 13901 n° 10 (page 49) et à BM 15285 n° 24 (p. 99).

Il convient de noter l'utilisation des opérations multiplicatives « faire tenir », « élever » et « répéter ». Que l'opération de « faire tenir » implique vraiment une *construction* est souligné en I.3, comme nous l'avons vu aussi pour AO 8862 n° 2 (page 62). D'un intérêt particulier est « l'élèvement » en I.20 et II.7 : il s'agit bien sûr de trouver la surface de rectangles, mais ceux-ci sont déjà en place, il n'est pas utile de les construire. Pour cette raison, la surface est seulement *calculée*.

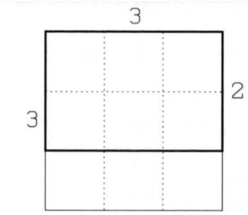


Figure 46. La géométrie de VAT 8390 n° 1

VAT 8520 n° 1

Face

1. Le 13ᵉ de la pile de *igûm* et *igibûm*
2. à 6 j'ai répété, de l'intérieur de *igûm*
3. j'ai arraché : 30´ j'ai laissé. 1 la surface. *Igûm* et *igibûm* quoi ?
4. Puisque « le treizième de la pile de *igûm* et *igibûm*
5. à 6 j'ai répété : de l'intérieur de *igûm*
6. j'ai arraché : 30´ j'ai laissé », il a dit,
7. 13, du treizième, pose ; 6 auquel il a répété pose ;
8. 1, la surface, pose ; et 30´ qu'il a laissé pose.
9. De 13, du treizième, 6 auquel il a répété
10. arrache. 7 tu laisses.
11. 7 que tu laisses et 6 auquel tu as répété,
12. qu ta tête retienne !
13. 7 à 6 élève, 42 à 1, la surface, élève, 42.
14. 42, que ta tête retienne !
15. 13, du treizième, à 30´ qu'il a laissé
16. élève, 6°30´ en deux brise : 3°15´.
17. 3°15´ avec 3°15´ fais tenir : 10°33´45″.
18. À 10°33´45″, 42 que ta tête retient
19. ajoute, 52°33´45″.
20. L'égal de 52°33´45″ quoi ? 7°15´.
21. 7°15´ et 7°15´, sa réplique, note :
22. 3°15´, le tenant, de l'un arrache, à l'autre ajoute :
23. Le premier est 10°30, l'autre est 4.
24. Quoi à 7, que ta tête retient, dois-je poser,
25. qui 10°30´ me donne ? 1°30´ pose. 1°30´ à 7 élève,
26. 10°30´ il te donne. 1°30´ que tu as posé est *igûm*.
27. IGI de 6, que ta tête retient, détache, 10´.

28. 10′ à 4 élève, 40′ est *igibûm.*
29. Puisque 1°30′ est igûm, 40′ est *igibûm*, la surface est quoi ?
30. 1°30′, *igûm*, à 40′, *igibûm*, élève, 1 est la surface.
31. 1°30, *igûm*, et 40′, *igibûm*, empile : 2°10′.

Revers

1. Le treizième de 2°10′ quoi ? 10′.
2. 10′ à 6 répète : 1, de 1°30,
3. *igûm*, arrache : 30′ tu laisses.

Comme YBC 6967 (page 46), ce problème traite d'une paire de nombres de la table des inverses. Les deux textes parlent de leur produit comme « la surface », en accord avec la représentation géométrique. Il y a pourtant une différence : le produit est cette fois 1, et non pas 1` comme en YBC 6967.

En ce qui concerne la structure mathématique et la résolution, on peut comparer ce problème avec TMS IX n° 3 (page 59).

Str. 368

Face

1. J'ai pris un roseau, sa mesure je ne connais pas.
2. 1 KÙŠ j'ai retranché. 1 soixantaine (de pas le long de) la longueur je suis allé.
3. (Avec) ce que j'ai retranché je l'ai agrandi,
4. avec 30 (pas) de cela le (long du) front je suis allé.
5. 6`15 est la surface. La tête (longueur initiale) du roseau quoi ?
6. Toi, pour procéder,
7. 1` et 30 pose. (Pour) le roseau que tu ne connais pas,
8. 1 pose, à 1 soixantaine que tu es allée
9. tu élèves : 1` est la fausse longueur.
10. 30 à ce 1 élève, 30 est le faux front.
11. 30, le faux front à 1`, la fausse longueur,
12. élève, 30` la fausse surface.
13. 30` à 6`15, la vraie surface,

Revers

1. élève : 3```7``30` il te donne.
2. 5′ que tu as retranché, à la fausse longueur élève,

3. 5 il te donne. 5 au faux front élève,
4. 2`30 il te donne. $\frac{1}{2}$ de 2`30 brise, 1`15
5. 1`15 fait se heurter, 1``33`45
6. à 3```7``30` ajoute, 3```9``3`45.
7. Quoi est égal ? 13`45 est égal.
8. 1`15 que tu as fait heurter, à l'intérieur ajoute,
9. 15` il donne. IGI de 30`, la fausse surface, détache, 2″.
10. 2″ à 15` élève, 30′ est la tête du roseau.

Nous avons ici un autre problème du type « roseau brisé », semblable à VAT 7532 (voir page 68). Cette fois-ci, pourtant, le champ est rectangulaire, et le roseau ne se rompt qu'une seule fois.

YBC 6504 nº 1

Face

1. Autant que la longueur excède le front, heurté (avec soi-même), de l'intérieur de la surface
2. j'ai arraché : 8′20″. La longueur excède le front de 10′.
3. Pour procéder, 10′ tu laisses se confronter :
4. 1′40″ à 8′20″ tu ajoutes : 10′ tu poses.
5. La demi-part de 10′ tu brises : 5′ il te donne.
6. 5′ tu laisses se confronter : 25″ il te donne.
7. 25″, la surface, à 10′ tu ajoutes : 10′25″ il te donne.
8. Auprès de 10′25″, 25′ est égal. 5′ à 25′ ajoute :
9. 30′, la longueur, il te donne. 5′ de 25′ arrache :
10. 20′, le front, il te donne.

Le problème traite du même rectangle mutilé que le nº 4 de la même tablette (voir page 83) : en effet, les quatre problèmes de la tablette constituent une variante intéressante du groupe clos où la surface d'un rectangle est donné avec la longueur ; avec le front ; avec la somme des côtés ; ou avec leur différence (voir note 49, page 115). Dans la présente tablette, la surface est remplacée partout par celle du rectangle mutilé.

Dans ce premier problème, nous connaissons le côté du carré qui est arraché. Il est donc facilement réduit au problème type que nous connaissons par YBC 6967 (page 46).

Exceptionnellement dans ce type, l'ajout du « tenant » 5′ précède son arrachement. La tablette pourrait remonter à la même époque haute que AO 8862, et partage cette particularité avec d'autres textes appartenant à la première phase des mathématiques paléo-babyloniennes. Il semble en effet que c'est l'école qui a introduit la demande que les opérations aient toujours un sens concret – elle ne témoigne donc aucunement d'un intellect « primitif et pas encore prêt pour l'abstraction », comme cela a été supposé.

YBC 6504 n° 3

Revers

1. Autant que la longueur excède le front, heurté (avec soi-même), de l'intérieur de la surface j'ai arraché :
2. 8′20″. 30′ est la longueur, son front est quoi ?
3. 30′ fais heurter (avec soi-même), 15′ il te donne.
4. 8′20″ de l'intérieur de 15′ arrache, 6′40″ il te donne.
5. La demi-part de 30′ brise, 15′ il te donne.
6. 15′ fais heurter (avec soi-même), 3′45″ il te donne.
7. 3′45″ à 6′40″ ajoute : 10′25″ il te donne.
8. Auprès de 10′25″, 25′ est égal. 15′ de 25′ arrache :
9. 10′ il te donne. 10′ de 30′ arrache,
10. 20′, le front, tu poses.

Ceci est le troisième problème de la même tablette. Il a recours à un stratagème très élégant et loin de toute routine (voir figure 47) : le retrait (la soustraction) du rectangle mutilé du carré □(ℓ) sur la longueur connue laisse un reste connu, composé du carré □(ℓ – *f*) et du rectangle ⊏⊐(ℓ – *f*,30′). Ce reste est transformé en gnomon, comme le montre la figure. Nous pourrions parler d'un changement de variable : le problème concerne maintenant un carré □(ℓ – *f*) et 30 de ses côtés, et il est résolu selon la recette pour de tels problèmes.

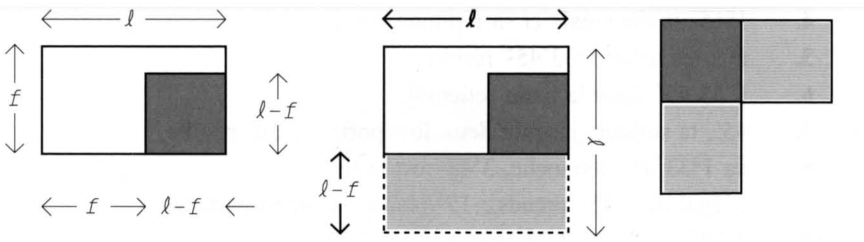


Figure 47. La géométrie derrière YBC 6504 n° 3, en proportions légèrement faussées

BM 85200 + VAT 6599 n° 23

Revers I

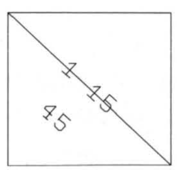
19. Une cave. Autant que j'ai confronté avec soi-même, et 1 KÙŠ (en) excès : la profondeur. 1°45′, la terre, j'ai arraché.
20. Toi, 5′, l'excès, à 1, la conversion, élève, 5′ tu vois ; à 12 élève, 1 tu vois.
21. 5′ fait se confronter, 25″ tu vois. 25″ à 1 élève, 25″ tu vois. IGI de 25″ détache,
22. 2`24 tu vois. 2`24 à 1°45 élève, 4`12 tu vois.
23. De (la table) « égal, 1 ajouté », 6 l'égal. 6 à 5′ élève, 30′ tu vois, se confronte. 7 est la profondeur.
24. La procédure.

Ce problème vient de la même tablette que le « problème de cave » BM 85200 + VAT 6599 n° 6 traité ci-dessus (page 94), et la résolution suit les mêmes principes. Cette fois-ci le sol est carré, et la profondeur excède le côté d'un KÙŠ. Comme corps de référence on choisit un cube de côté 1 KÙŠ, ce qui permet l'emploi d'une table de $n^2 \cdot (n+1)$, appelée « égal, 1 ajouté ». De telles tables ont en effet été trouvées.

Db₂-146

1. Si, relativement à (un rectangle avec) diagonale il t'a demandé
2. ainsi : 1°15 est la diagonale, 45′ la surface,
3. la longueur et le front correspondent à quoi ? Toi, pour procéder,

4. 1°15′ ta diagonale et sa réplique note,
5. fais-les tenir, 1°33′45″ résulte,
6. 1°33′45″ dans la main retiens !
7. 45′, ta surface, jusqu'à deux fois porte : 1°30′ résulte,
8. de 1°33′45″ retranche, 3′45″ est le reste.
9. L'égal de 3′45″ prends : 15′ résulte, sa demi-part,
10. 7′30″ résulte, à 7′30″ élève : 56″15‴ résulte,
11. 56″15‴ (à) ta main. 45″, ta surface, (transfère) à ta main,
12. 45′56″15‴ résulte, l'égal de 45′56″15‴ prends :
13. 52′30″ résulte, 52′30″ sa réplique note :
14. 7′30″ que tu as fait tenir, à l'un
15. ajoute ; de l'autre
16. retranche. 1 est ta longueur, 45′ est le front. Si 1 est la longueur,
17. 45′ le front, la surface et la diagonale correspondant à quoi ?
18. ¿Toi, par? ta méthode, la longueur fais tenir :
19. 1 résulte. 1, que ta tête retienne !
20. [...] : 45′, le front, fais tenir :
21. 33′45″ résulte, à ta longueur ajoute :
22. 1°33′45″ résulte. L'égal de 1°33′45″ prends :
23. 1°15′ résulte, 1°15′ est ta diagonale. Ta longueur
24. au front élève, 45′ est ta surface.
25. Ainsi est la méthode.



Ce texte aussi appartient à la phase précoce. Il provient du centre de l'Iraq, et pour une fois nous pouvons le dater avec quelque précision vers 1775 avant notre ère. Le problème est une des devinettes que l'école paléo-babylonienne avait emprunté aux arpenteurs akkadiens (voir page 112 et 114) ; on le retrouve, résolu exactement de la même manière, dans un manuel hébraïque de 1116, soit 2900 ans plus tard. Nous voyons dans le texte plusieurs traces de cette origine : par exemple le passage introductif, « Si, relativement à ... il t'a demandé » et la référence au carré sur la longueur à la ligne 21 simplement comme « ta longueur » ; toutes deux font penser à BM 13901 n° 23.

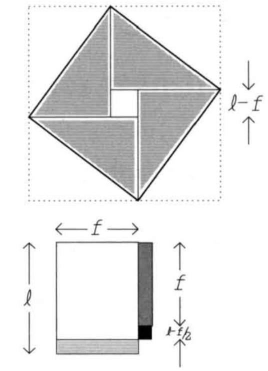


Figure 48. La géométrie de Db_2-146

Les lignes 1 à 9 calculent la différence entre la longueur et le front du rectangle ; la méthode est illustrée sur la figure 48 en haut. Après, les côtés sont obtenus à partir de cette différence et la surface, par la procédure que nous connaissons déjà bien, par exemple de YBC 6967 (voir page 46), et qui correspond à la partie en bas.

La « main » des lignes 6 et 11 correspond sûrement au nom de l'abaque où le calculateur faisait ses additions et soustractions.

Appendice B

Textes translittérés

Pour les lecteurs qui connaissent déjà au moins les rudiments de la langue babylonienne, cet appendice contient les versions translittérées de la plupart des textes traduits dans les chapitres 1 à 4 et dans l'« Appendice A », ainsi qu'une liste des mots qui y apparaissent avec les traductions standards utilisées dans les versions françaises (voir l'explication à la page 21). Toutes les translittérations sont prises de Jens Høyrup, *Lengths, Widths, Surfaces : A Portrait of Old Babylonian Algebra and Its Kin* (Studies and Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences), New York : Springer, 2002. Les notes philologiques ont été éliminées.

Clef : vocabulaire et traductions standards

a.rá : pas de
a.šà (~*eqlum*) : surface
alākum (~RÁ) : aller
amārum : voir
an(.ta/na) (~*elûm*) : supérieur
ana (~.ra) : à
annikīam : ici
aššum : puisque
atta (*ina epēšika*) : toi (pour procéder)
bal : conversion
bāmtum : demi-part
bán : BÁN
bandûm : bandûm
banûm : bâtir
bêrum : séparer
bùr : BÙR
daḫ (~*wasābum*) : ajouter
dal (~*tallum*) : traversante
dirig (~*watartum*) : excès
dirig, ugu ... (~*eli* ... *watārum*) : excède ... de ...
du$_7$.du$_7$: faire se heurter
du$_8$ (~*paṭārum*) : détacher
eṣēpum (~tab) : répéter
elēnu : surpassant
elûm : résulter
en.nam (~*minûm*) : quoi
epēšum (~kìd) : procédure
ezebum (~tag$_4$) : laisser
gaba(.ri) (~*meḫrum*) : réplique
GAM (~*šuplum*) : profondeur
g̃ar (~*šakānum*) : poser
g̃ar.g̃ar (~*kamārum*) : empiler/pile
garim (~*tawirtum*) : parcelle
gaz (~*ḫepûm*) : briser
gi (~*qanûm*) : roseau

gi.na (~*kīnum*) : vrai
gín (~*šiqlum*) : sicle
gu$_7$(.gu$_7$) (~*šutakūlum*) : faire tenir
gur : GUR
ḫarāsum : retrancher
ḫaṣābu (~kud) : décoller
ḫepûm (~gaz) : briser
ḫi.a : toutes les choses
íb.si$_8$ (substantif) : l'égal
.e *Q* *c* íb.si$_8$: auprès de *Q*, *c* est égal
íb.tag$_4$ (~*šapiltum*) : reste
igi (~*igûm*) : *igûm*
igi *n* : igi *n*
igi.bi (~*igibûm*) : *igibûm*
igibûm (~igi.bi) : *igibûm*
igûm (~igi) : *igûm*
íl (~*našûm*) : élever
imtaḫḫar (<*maḫārum*) : se confronter
ina (~.ta) : de
inūma : quand
ištēn ... *ištēn* : l'un ... l'autre
ištēn ... *šanûm* : le premier ... le second
ištu : à partir de
(*n*-)kam : le $n^{\text{ième}}$ (d'une séquence)
itti (~ki) : avec
kamārum (~g̃ar.g̃ar, UL.GAR) : empiler
KI (~*qaqqarum*) : sol
kī masi : correspondant à quoi
ki(.ta) (~*šaplûm*) : inférieur
KI.GUB.GUB : socle
kīma : tant qu'il y a de
kīam : ainsi
kimrātum (<*kamārum*) : les empilées
kīnum (~gi.na) : vrai
kud : couper
kullum : tenir (mais en tête : retenir)
kumurrûm (<*kamārum* ; ~g̃ar.g̃ar) : pile
kùš (~*ammatum*) : KÙŠ
la (~nu) : pas (négation)
lapātum : inscrire
leqûm : prendre
libbum : intérieur
lul (~*sarrum*) : faux
-ma : « : »
ma.na (~*manûm*) : mine
maḫārum : confronter
makāsum : percevoir (redevance etc.)
mala : autant que
manātum : contribution
matûm : diminuer
meḫrum (<*maḫārum* ; ~gaba(.ri)) : réplique
mindatum : mesure
mīnûm (~en.nam) : quoi
mišlum (~šu.ri.a) : moitié
mitḫartum (<*maḫārum* ; ~LAGAB ; ~íb.si$_8$) : confrontation
muttarittum : descendante
muttatum : demi-part
nadānum (~sum) : donner
nadûm : noter
nakmartum (<*kamārum*) : accumulated
nasāḫum (~zi) : arracher
nasḫum (<*nasāḫum*) : arrachage

našûm (~íl) : élever
nēmelum : profit
nēpešum (<*epēšum*) : procédure
NIGIN (~*šutakūlum*) : faire tenir
nim (~*našûm*) : élever
nindan : NINDAN
nu (~*la*, *ul*(*a*)) : ne ... pas
patārum (~du$_8$) : détacher
pi : PI
qabûm (~dug$_4$) : dire
qanûm (~gi) : roseau
qaqqarum (~KI) : sol
qātum : main
ramānišu : soi-même
rēška likīl : que ta tête retienne !
rēšum (~sag̃) : tête
saḫar (~*eperum*) : terre
saḫārum : contourner
sag̃ (~*rēšum*) : tête
sag̃.dù (~*santakkum*) : triangle
sag̃.ki.gud : trapèze
sag̃(.ki) : front
sapāḫum : disperser
sar (~*mūšarum*) : sar
sarrum (~lul) : faux
sìla (~*qa*) : SÌLA
sum (~*nadānum*) : donner
ṣiliptum : diagonale
ša : que / duquel (etc.)
šakānum (~g̃ar) : poser
šâlum : demander
šám : achat
šanûm : second
šapiltum (~íb.tag$_4$) : reste
še (~*še'um*) : grain
še'um (~še) : grain
šiqlum (~gín) : sicle
šu.ri.a (~*mišlum*) : moitié
šulmum : intact
šutbum : faire partir (<*tebûm*)
šumma : si
šumum : nom
šūšum : soixantaine
šūtbum : faire partir
šutakūlum (<*kullum* ; ~gu$_7$) : faire tenir
šutamḫurum (<*maḫārum*) : faire se confronter
ta.àm : chaque
tab (~*esēpum*) : répéter
tag$_4$ (~*ezēbum*) : laisser
takīltum (<*kullum*) : tenant
takkirtum (<*nakārum*) : modification
tammar (<*amārum* ; ~igi.du$_8$/pa(d)) : tu vois
târum (~nig̃ín) : retourner
tawirtum (~garim) : parcelle
túl.sag̃ : cave
u : et
UL.GAR (~*kamārum*) : empiler / pile
ul(*a*) (~nu) : ne ... pas
uš : longueur
waṣābum (~daḫ) : ajouter
wabālum : porter
waṣbum (<*waṣābum*) : ajout
waṣītum : forjet
watārum (~dirig) : excéder
wuṣubbûm (<*waṣābum*) : ajouté
za.e (kid.da/ta.zu.dè) (~*atta* ...) : toi (pour procéder)
zi (~*nasāḫum*) : arracher

AO 8862 n° 2

I

30. uš sağ uš ù sağ
31. *uš-ta-ki-il$_5$-ma* a.šà^{lam} *ab-ni*
32. *a-sà-ḫi-ir mi-ši-il$_5$* uš
33. *ù ša-lu-uš-ti* sağ
34. *a-na li-bi* a.šà*-ia*
35. *[ú-]-ṣi-ib-ma* 15
36. *[a-t]u-úr* uš *ù* sağ
37. *[ak-]mu-ur-ma* 7

II

1. uš *ù* sağ *mi-nu-um*
2. *at-ta i-na e-pe-ši-i-ka*
3. [2 *n*]*a-al-p*[*a*]*-at-ti mi-iš-li-im*
4. [*ù*] 3 *na-al-pa-ti*
5. [*ša-*]*lu-uš-ti ta-l*[*a*]*-pa-at-ma*
6. igi 2-bi 30 *ta-pa-tar-ma*
7. 30 a.rá 7 3,30 *a-na* 7
8. *ki-im-ra-tim* uš *ù* sağ
9. *ub-ba-al-ma*
10. 3,30 *i-na* 15 *ki-i*[*m*]*-ra-ti-i-a*
11. *ḫu-ru-us$_4$-ma*
12. 11,30 *ša-pi-il$_5$-tum*
13. *l*[*a*] *wa-t*[*ar*] 2 *ù* 3 *uš-ta-kal-ma*
14. 3 a.rá 2 6
15. igi 6 ğál 10 *i-na-di-kum*
16. 10 *i-na* 7 *ki-im-ra-ti-i-ka*
17. uš *ù* sağ *a-na-sà-aḫ-ma*
18. 6,50 *ša-pi-il$_5$-tum*
19. *ba-a-š*[*u*] *ša 6,50 e-ḫe-pe-e-ma*
20. 3,25 *i-na-di-ku*
21. 3,25 *a-di ši-ni-šu*
22. *ta-la-pa-at-ma* 3,25 a.rá 3,25
23. 11,40,[25] *i-na li-bi*
24. 11,30 *a-na-sà-aḫ-ma*

25. 10,25 *ša-pi-il$_5$-tum* ⟨10,25.e 25 íb.si$_8$⟩
26. *a-na* 3,25 *iš-te-en*
27. 25 *tu-sa-am-ma* 3,50
28. *ù ša i-na ki-im-ra-at*
29. uš *ù* sağ *a*[*s*]*-sà-aḫ-ma*
30. *a-na* 3,50 *tu-ṣa-am-ma*
31. 4 uš *i-na* 3,25 *ša-ni-im*
32. 25 *a-na-sà-aḫ-ma* 3 sağ
32a. 7 *ki-im-ra-tu-ú*
32b. 4 uš
12 a.šà
3 sağ

BM 13901 n° 1, 2, 10, 12, 14 et 23

Face I

n° 1

1. a.šà$^{l[am]}$ *ù mi-it-ḫar-ti ak-m*[*ur-m*]*a* 45.e 1 *wa-ṣi-tam*
2. *ta-ša-ka-an ba-ma-at* 1 *te-ḫe-pe* [3]0 *ù* 30 *tu-uš-ta-kal*
3. 15 *a-na* 45 *tu-ṣa-ab-ma* 1-⸢e] 1 íb.si$_8$ 30 *ša tu-uš-ta-ki-lu*
4. *lìb-ba* 1 *ta-na-sà-aḫ-ma* 30 *mi-it-ḫar-tum*

n° 2

5. *mi-it-ḫar-ti lìb-bi* a.šà [*a*]*s-sú-uḫ-ma* 14,30.e 1 *wa-ṣi-tam*
6. *ta-ša-ka-an ba-ma-at* 1 *te-ḫe-pe* 30 *ù* 30 *tu-uš-ta-kal*
7. 15 *a-*⸢*na* 14,30 *tu-ṣa-*]*ab-ma* 14,30,15.e 29,30 íb.si$_8$
8. 30 *ša tu-uš-ta-ki-lu a-na* 29,30 *tu-ṣa-ab-ma* 30 *mi-it-ḫar-tum*

Face II

n° 10

11. a.šà *ši-ta mi-it-ḫa-ra-ti-ia ak-mur-ma* 21,15
12. *mi-it-ḫar-tum a-na mi-it-ḫar-tim si-bi-a-tim im-ti*
13. 7 *ù* 6 *ta-la-pa-at* 7 *ù* 7 *tu-uš-ta-kal* 49
14. 6 *ù* 6 *tu-uš-ta-kal* 36 *ù* 49 *ta-ka-mar-ma*
15. 1,25 igi 1,25 *ú-la ip-pa-ta-ar mi-nam a-na* 1,25
16. *lu-uš-ku-un ša* 21,15 *i-na-di-nam* 15.e 30 íb.si$_8$
17. 30 *a-na* 7 *ta-na-ši-ma* 3,30 *mi-it-ḫar-tum iš-ti-a-at*
18. 30 *a-na* 6 *ta-na-ši-ma* 3 *mi-it-ḫar-tum ša-ni-tum*

nº 12

27. a.šà *ši-ta mi-it-ḫa⟨-ra⟩-ti-ia ak-mur-ma* 21,40
28. *mi-it-ḫa-ra-ti-ia uš-ta-ki-il*$_5$*-ma* 10
29. *ba-ma-at* 21,40 *te-ḫe-pe-ma* 10,50 *ù* 10,50 *tu-uš-ta-kal*
30. 1,57,21{+25},40.e 10 *ù* 10 *tu-uš-ta-kal* 1,40
31. *lìb-bi* 1,57,21{+25},40 *ta-na-sà-aḫ-ma* 17,21{+25},40.e 4,10 íb.si$_8$
32. 4,10 *a-na* 10,50 *iš-te-en tu-ṣa-ab-ma* 15.e 30 íb.si$_8$
33. 30 *mi-it-ḫar-tum iš-ti-a-at*
34. 4,10 *lìb-bi* 10,50 *ša-ni-im ta-na-sà-aḫ-ma* 6,40.e 20 íb.si$_8$
35. 20 *mi-it-ḫar-tum ša-ni-tum*

nº 14

44. a-šà *ši-ta mi-it-ḫa-ra-ti-ia ak-mur-ma* ⸢25,]25
45. *mi-it-ḫar-tum ši-ni-pa-at mi-it-ḫar-tim* [*ù* 5 nind]an
46. 1 *ù* 40 *ù* 5 [*e-le-nu* 4]0 *ta-la-pa-at*
47. 5 *ù* 5 [*tu-uš-ta-kal 25 lìb-bi 25,25 ta-na-sà-aḫ-ma*]

Revers I

1. [25 *ta-la-pa-at* 1 *ù* 1 *tu-uš-ta-kal* 1 40 *ù* 40 *tu-uš-ta-kal*]
2. [26,40 *a-na* 1 *tu-ṣa-ab-ma* 1,26,40 *a-na* 25 *ta-na-ši-ma*]
3. [36,6,40 *ta-la-pa-at* 5 *a-na* 4]0 *t*[*a-na-ši-ma* 3,20]
4. [*ù* 3,20 *tu-uš-ta-kal* 11,6,40] *a-na* 3[6,]6,40 [*tu-ṣa-ab-ma*]
5. [36,17,46,40.e 46,40 íb.si$_8$ 3,]20 *ša tu-uš-ta-ki*[*-lu*]
6. [*lìb-bi* 46,40 *ta-na-sà-aḫ-*]*ma* 43,20 *ta-la-pa-a*[*t*]
7. [igi 1,26,40 *ú-la ip-pa-t*]*a-ar mi-nam a-na* 1,2[6,4]0
8. [*lu-uš-ku-un ša* 43,20 *i-n*]*a-di-nam* 30 *ba-an-da-šu*
9. [30 *a-na* 1 *ta-na-ši-ma* 30] *mi-it-ḫar-tum iš-ti-a-at*
10. [30 *a-na* 40 *ta-na-ši-ma* 20] *ù* 5 *tu-ṣa-ab-ma*
11. [25 *mi-it-ḫar-t*]*um ša-ni-tum*

Revers II

nº 23

11. a.šà^{lam} *p*[*a*]*-a*[*-at er-bé-et-tam ù* a.š]à^{lam} *ak-mur-ma* 41,40
12. 4 *pa-a-at er*[*-bé-e*]*t-tam t*[*a-la-p*]*a-at* igi 4 ĝál.bi 15
13. 15 *a-na* 41,40 [*ta-n*]*a-ši-ma* 10,25 *ta-la-pa-at*
14. 1 *wa-ṣi-tam tu-ṣa-ab-ma* 1,10,25.e 1,5 íb.si$_8$
15. 1 *wa-ṣi-tam ša tu-iṣ-bu ta-na-sà-aḫ-ma* 5 *a-na ši-na*
16. *te-ṣi-ip-ma* 10 nindan *im-ta-ḫa-ar*

BM 15285 nº 24

1. [1 UŠ *mi-i*]*t-ḫa-ar-tum*
2. *lìb-ba* 16 *mi-it-ḫa-ra-tim*
3. *ad-di* a.šà.bi en.nam

BM 85200 + VAT 6599 nº 6 et 23

Face I

nº 6

9. túl.sağ *ma-la* uš GAM*-ma* 1 saḫar.ḫi.a ba.zi KI^{ri} *ù* saḫar.ḫi.a UL.GAR 1,10 uš *ù* sağ 50 uš sağ en⟨.nam⟩
10. za.e 50 *a-na* 1 bal *i-ši* 50 *ta-mar* 50 *a-na* 12 *i-ši* 10 *ta-mar*
11. 50 *šu-tam⟨-ḫir⟩* 41,40 *ta-mar a-na* 10 *i-ši* 6,56,40 *ta-mar* igi-*šu du*$_8$*.a* 8,38,24 *ta⟨-mar⟩*
12. *a-na* 1,10 *i-ši* 10,4,48 *ta-mar* 36 24 42 íb.si$_8$
13. 36 *a-na* 50 *i-ši* 30 uš 24 *a-na* 50 *i-ši* 20 sağ 36 *a-na* 10 6 GAM
14. [*n*]*e-pé-šum*

Revers I

nº 23

19. túl.sağ *ma-la uš-tam-ḫir ù* 1 kùš dirig GAM*-ma* 1,45 saḫar.ḫi.a [ba].zi
20. za.e 5 dirig *a-na* 1 bal *i-ši* 5 *ta-mar a-na* 12 *i-š*[*i* 1⌟ *ta-mar*
21. 5 *šu-tam⟨-ḫir⟩* 25 *ta-mar* 25 *a-na* 1 *i-ši* 25 *ta-mar* igi ⌞25 du$_8$.a]
22. 2,24 *ta-mar* 2,24 *a-na* 1,45 *i-ši* 4,12 [*ta-mar*]
23. *i-na* íb.si$_8$ 1 daḫ.ḫa 6 ⸢1?⸣ íb.s[i$_8$] ⌞6 *a-na* 5⌟ *i-*[*ši* 30] *ta⟨-mar⟩ im⟨-ta-ḫar⟩* 6^{sic} GAM
24. *ne-pé-š[um]*

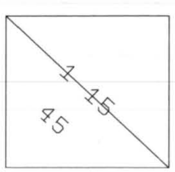
Db₂-146

Face

1. *šum-ma ṣí-li-ip-ta-a-am i-ša-lu-ka*
2. *um-ma šu-ú-ma* 1,15 *ṣí-li-ip-tum* 45 a.šà
3. *ši-di ù* sağ.ki *ki ma-a-sí at-ta i-na e-pé-ši-ka*
4. 1,15 *ṣí-li-ip-ta-ka me-ḫe-er-šu i-di-i-ma*
5. *šu-ta-ki-il-šu-nu-ti-i-ma* 1,33,45 *i-li*
6. 1,33,45 šu KU.U$^{¿}$.ZU/BA$^{?}$
7. 45 a.šà-*ka a-na ši-na e-bi-il-ma* 1,30 *i-li*
8. *i-na* 1,33,45 *ḫu-ru-ús-ma* {1,}33,45$^{(sic)}$ *ša-pí-il-tum*
9. ib.sí 3,45 *le-qe-e-ma* 15 *i-li mu-ta-su*
10. 7,30 *i-li a-na* 7,30 *i-ši-i-ma* 56,15 *i-li.*
11. 56,15 šu-*ka* 45 a.šà-*ka e-li* šu-*ka*
12. 45,56,15 *i-li* ib.si 45,56,15 *le-qe-ma*
13. 52,30 *i-li* 52,30 *me-ḫe-er-šu i-di-i-ma*
14. 7,30 *ša tu-uš-ta-ki-lu a-na iš-te-en*
15. *ṣí-ib-ma i-na iš-te-en*
16. *ḫu-ru-ùṣ* 1 uš-*ka* 45 sağ.ki *šum-ma* 1 *uš*
17. 45 sağ.ki a.šà *ù ṣí-li-ip-ti ki ma-sí*
18. [*at-ta i-na e-p*]*é-ši-ka ši-da šu-ta-ki-il-ma*
19. [1 *i-li* ...] *re-eš-ka li-ki-il*

Revers

20. [...]-*ma* 45 sağ.ki *šu-ta-ki-il-ma*
21. 33,45 *i-li a-na ši-di-ka ṣí-ib-ma*
22. 1,33,45 *i-li* ib.si 1,33,45 *le-*[*qe*]-*ma*
23. 1,15 *i-li* 1,15 *ṣí-li-ip-*[*ta*]-*ka* uš-*ka*
24. *a-na* sağ.ki *i-ši* 45 a.šà-*ka*
25. *ki-a-am ne-pé-šum*



TMS VII n° 1 et 2

n° 1

1. 4$^{\textit{-at}}$ sağ *a-na* uš daḫ 7$^{\textit{-⟨ti⟩}}$-*šu* a-na 10 [*al-li-ik*]
2. *ki-ma* UL.GAR uš *ù* ⟨sağ⟩ za.e 4 ğar 7 [ğar]
3. 10 ğar 5 *a-rà*[52] 7 *i-ší* 35 *ta-mar*
4. 30 *ù* 5 *be-e-er* 5 a.rá *a-na* 10 *i-ší*
5. 50 *ta-mar* 30 *ù* 20 ğar 5 a.rá *a-na* 4 *re-*⟨*ba-ti*⟩ sağ
6. *i-ší-ma* 20 *ta-mar* 20 sağ 30 *a-na* 4 *re-ba-*⟨*ti*⟩
7. *i-ší* 2 *ta-mar* 2 ğar uš 20 *i-na* 20 zi
8. *ù i-na* 2 30 zi 1,30 *ta-mar*
9. *i-na* 4 *re-ba-ti* 1 zi 3{,20} *ta-mar*
10. igi 3 *pu-ṭú-*⟨*úr*⟩ 20 *ta-mar* 20 *a-na* 1,30 *i-ší-ma*
11. 30 *ta-mar* 30 uš 30 *i-na* 50 zi 20 *ta-mar* 20 sağ
12. *tu-úr* 7 *a-na* 4 *re-ba-*⟨*ti*⟩ *i-ší* 28 *ta-mar*
13. 10 *i-na* 28 zi 18 *ta-mar* igi 3 *pu-*⟨*ṭú-úr*⟩
14. 20 *ta-*⟨*mar*⟩ 20 *a-na* 18 *i-ší* 6 *ta-mar* 6 uš
15. 6 *i-na* 10 zi 4 sağ 5 *a-na* 6 [*i-š*]*í*
16. 30 uš 5 *a-na* 4 *i-ší* 20 *ta-*⟨*mar*⟩ 20 ⟨sağ⟩

n° 2

17. 4$^{\textit{-at}}$ sağ *a-na* uš daḫ 7$^{\textit{-ti}}$[-*šu*]
18. *a-di* 11 *al-li-ik* ugu [UL.GAR]
19. uš *ù* sağ 5 dirig za.e [4 ğar]
20. 7 ğar 11 ğar *ù* 5 dirig [ğar]
21. 5 *a-na* 7 *i-ší* 3[5 *ta-mar*]
22. 30 *ù* 5 ğar 5 *a-na* 1[1 *i-ší* 55 *ta-mar*]
23. 30 20 *ù* 5 zi ğar 5 [*a-n*]*a* 4
24. *i-ši* 20 *ta-*⟨*mar*⟩ 20 sağ 30 *a-na* 4 *i-ší-ma*
25. 2 *ta-mar* 2 uš 20 *i-na* 20 zi
26. 30 *i-na* 2 zi 1,30 ğar *ù* 5 *a-*⌈*na* ...]
27. 7 *a-na* 4 *re-*⟨*ba-ti*⟩ *i-ší-ma* 28 *ta-mar*
28. 11 UL.GAR *i-na* 28 zi 17 *ta-mar*
29. *i-na* 4 *re-*⟨*ba-ti*⟩ 1 zi 3 ⌊*ta*]-*mar*
30. igi 3 *pu-ṭú-*⟨*úr*⟩ 20 *ta-*⟨*mar*⟩ 20 ⌊*a-na*] 17 *i-*⟨*ší*⟩
31. 5,40 *ta-*⟨*mar*⟩ 5,40 [u]š 20 *a-na* 5 dirig *i-ší*

---

[52] Je dois cette correction à la translittération publiée à Christine Proust, qui a examiné la tablette.

32. 1,40 ta-⟨mar⟩ 1,40 wa-sí-ib uš 5,40 uš
33. i-na 11 UL.GAR zi 5,20 ta-mar
34. 1,40 a-na 5 dirig daḫ 6,40 ta-mar
35. 6,40 n[a]-sí-iḫ sag̃ 5 a.rá
36. a-na 5,40 uš i-ší 28,20 ta-mar
37. 1,40 wa-sí-ib uš a-na 28,20 [daḫ$_1$
38. 30 ta-mar 30 uš 5 a-[na 5,20]
39. i-ši-ma 26,40 t[a-mar 6,40]
40. na-sí-iḫ sag̃ i-na [26,40 zi]
41. 20 ta-mar 20 sa[g̃]

TMS VIII nº 1

1. [a.šà 10 4-at sag̃ a-na sag̃ daḫ] a-na 3 a-li-⌈ik ¿... ... ...? ugu]
2. [uš 5 dir]ig̃ za.e [4 r]e-ba-ti ki-ma sag̃ g̃ar re-b[a-at 4 le-qé 1 ta-mar]
3. [1 a-na] 3 a-li-ik 3 ta-mar 4 re-ba-at sag̃ a-na 3 d[aḫ 7 ta-mar]
4. ⌈7⌉ ki-ma uš g̃ar 5 dirig a-na na-sí-iḫ uš g̃ar 7 uš a-na 4 [¿sag̃? i-ši]
5. 28 ta-mar 28 a.šà 28 a-na 10 a.šà i-ší 4,40 ta-mar
6. [5_1 na-sí-iḫ uš a-na 4 sag̃ i-ší 20 ta-mar $\frac{1}{2}$ ḫe-pe 10 ta-mar 10 NIGIN
7. [1,40] ta-mar 1,40 a-na 4,40 daḫ 4,41,40 ta-mar mi-na íb.si 2,10 ta-ma[r]
8. [10 ¿s]i$_8$.si$_8$? a-na 2,10 daḫ 2,20 ta-mar mi-na a-na 28 a.šà g̃ar šà 2,20 i-na-[di-n]a
9. [5 g̃ar] 5 a-na 7 i-ší 35 ta-mar 5 na-sí-iḫ uš i-na 35 zi
10. [30 ta-]mar 30 uš 5 uš a-na 4 sag̃ i-ší 20 ta-mar 20 {uš} ⟨sag̃⟩

TMS IX nº 1, 2 et 3

nº 1

1. a.šà ù 1 uš UL.GAR 4[0 ¿30 uš? 20 sag̃]
2. i-nu-ma 1 uš a-na 10 ⌈a.šà daḫ]

3. ú-ul 1 KI.GUB.GUB a-na 20 [sag̃ daḫ]
4. ú-ul 1,20 a-na sag̃ šà 40 it-⌈ti uš ¿NIGIN g̃ar?]
5. ú-ul 1,20 it-⟨ti⟩ 30 uš NIG[IN] 40 šum-[šu]
6. aš-šum ki-a-am a-na 20 sag̃ šà qa-bu-ku
7. 1 daḫ-ma 1,20 ta-mar iš-tu an-ni-ki-a-am
8. ta-šà-al 40 a.šà 1,20 sag̃ uš mi-nu
9. [30 uš k]i-a-am ne-pé-šum

nº 2

10. [a.šà uš ù sag̃ U]L.GAR 1 i-na ak-ka-di-i
11. [1 a-na uš daḫ] 1 a-na sag̃ daḫ aš-šum 1 a-na uš daḫ
12. [1 a-na sag̃ d]aḫ 1 ù 1 NIGIN 1 ta-mar
13. [1 a-na UL.GAR uš] sag̃ ù a.šà daḫ 2 ta-mar
14. [a-na 20 sag̃ 1 da]ḫ 1,20 a-na 30 uš 1 daḫ 1,30
15. [¿aš-šum? a.š]à šà 1,20 sag̃ šà 1,30 uš
16. [¿uš it-ti? sa]g̃ šu-ta-ku-lu mi-nu šum-šu
17. 2 a.šà
18. ki-a-am ak-ka-du-ú

nº 3

19. a.šà uš ù sag̃ UL.GAR 1 a.šà 3 uš 4 sag̃ UL.GAR
20. [17]-ti-šu a-na sag̃ daḫ 30
21. [za.]e 30 a-na 17 a-li-ik-ma 8,30 [t]a-mar
22. [a-na 17 sag̃] 4 sag̃ daḫ-ma 21 ta-mar
23. [21 ki-]ma sag̃ g̃ar 3 šà-la-aš-ti uš
24. [3 ki]-ma uš g̃ar 8,30 mi-nu šum-šu
25. [3] uš ù 2[1 sa]g̃ UL.GAR
26. 8,30 ta-mar
27. [3] uš ù 21 sag̃ UL.[GAR]
28. [aš-šum 1 a-na] uš daḫ [ù 1 a]-na sag̃ daḫ NIGIN-ma
29. 1 a-na UL.GAR a.šà uš ù sag̃ daḫ 2 ta-mar
30. [2 a.]šà aš-šum uš ù sag̃ šà 2 a.šà
31. [1,30 uš it]-ti 1,20 sag̃ šu-ta-ku-lu
32. [1 wu-ṣú-]bi uš ù 1 wu-ṣú-bi sag̃
33. [NIGIN ¿1 ta-mar? 1 ù 1 ¿...?] ḫi.a UL.GAR 2 ta-mar
34. [3 ... 21 ... ù 8,30 UL.GAR] 32,30 ta-mar
35. [ki-a]-am ta-šà-al
36. [...].TI sag̃ a-na 21 UL.GAR-ma
37. [...] a-na 3 uš i-ší
38. [1,3 ta-mar 1,3 a]-na 2 a.šà i-ši-ma
39. [2,6 ta-mar ¿2,6 a.šà?] 32,30 UL.GAR ḫe-pé 16,15 ta-⟨mar⟩

40. {1[6,15 *ta-*]*mar*} 16,15 gaba ğar NIGIN
41. 4,[24,]3,45 *ta-mar* 2,6 [⸢erasure$^{?}$]
42. *i-na* 4,[2]4,3,45 zi 2,18,3,45 *ta-mar*
43. *mi-na* íb.si 11,45 íb.si 11,45 *a-na* 16,15 daḫ
44. 28 *ta-mar i-na* 2-kam zi 4,30 *ta-mar*
45. igi 3-*ti* uš *pu-túr* 20 *ta-mar* 20 *a-na* 4,[30]
46. {20 *a-na* 4,30} *i-ši-ma* 1,30 *ta-mar*
47. 1,30 uš *šà* 2 a.š[à *mi-na*] *a-na* 21 sağ [*lu-uš-ku-un*]
48. *šà* 28 *i-na-di*[*-na* 1,20 ğ]ar 1,20 sağ
49. *šà* 2 a.šà *tu-úr* 1 *i-na* 1,[30 zi]
50. 30 *ta-mar* 1 *i-na* 1,20 z[i]
51. 20 *ta-mar*

TMS XIII

1. 2(gur) 2(pi) 5 bán ì.ğiš šám *i-na* šám 1 gín kù.babbar
2. 4 silà ta.àm ì.ğiš *ak-ší-it-ma*
3. $\frac{2}{3}$ *ma-na* {20 še} kù.babbar *ne-me-la a-mu-úr ki ma-ṣí*
4. *a-šà-am ù ki ma-ṣí ap-šu-úr*
5. za.e 4 silà ì.ğiš ğar *ù* 40 *ma-na ne-me-la* ğar
6. igi 40 *pu-túr* 1,30 *ta-mar* 1,30 *a-na* 4 *i-ší* 6 *ta-mar*
7. 6 *a-na* 12,50 ì.ğiš *i-ší-ma* 1,17 *ta-mar*
8. $\frac{1}{2}$ 4 *ḫi-pi* 2 *ta-mar* 2 NIGIN 4 *ta-mar*
9. 4 *a-na* 1,17 daḫ 1,21 *ta-mar mi-na* íb.si 9 íb.si
10. 9 gaba ğar $\frac{1}{2}$ 4 *šà ta-ak-ší-tú ḫi-pi* 2 *ta-mar*
11. 2 *a-na* 9 1-kam daḫ 11 *ta-mar i-na* 9 2-kam zi
12. 7 *ta-mar* 11 silà ta.àm *ta-šà-am* 7 silà *ta-ap-šu-úr*
13. kù.babbar *ki ma-ṣí mi-na a-na* 11 [⸢silà$^{?}$ *lu-uš-ku*]*-un*
14. *šà* 12,50 ì.ğiš *i-na-ad-di-na* 1,[10 ğar 1 *m*]*a-na* 10 gín k[ù.babbar]
15. *i-na* 7 silà ta.àm *šà ta-pa-aš-*[*šà-ru* ì.ğiš]
16. *šà* 40 kù.babbar *ki ma-ṣí* 40 *a-na* 7 [*i-ší*]
17. 4,40 *ta-mar* 4,40 í.ğiš

TMS XVI n° 1

1. [4-at sağ *i-na*] uš *ù* sağ zi 45 za.e 45
2. [*a-na* 4 *i-ší* 3 *ta*]*-mar* 3 *mi-nu šu-ma* 4 *ù* 1 ğar
3. [50 *ù*] 5 zi ⸢ğar⸣ 5 *a-na* 4 *i-ší* 1 sağ 20 *a-na* 4 *i-ší*
4. 1,20 *ta-*⟨*mar*⟩ 4 sağ 30 *a-na* 4 *i-ší* 2 *ta-*⟨*mar*⟩ 4 uš 20 1 sağ zi
5. *i-na* 1,20 4 sağ zi 1 *ta-mar* 2 uš *ù* 1 3 sağ UL.GAR 3 *ta-mar*
6. igi 4 *pu-*[*ṭú-ú*]*r* 15 *ta-mar* 15 *a-na* 2 uš *i-ší* [3]0 *ta-*⟨*mar*⟩ 30 uš
7. 15 *a-na* 1 *i-ší* [1]5 *ma-na-at* sağ 30 *ù* 15 *ki-il*
8. *aš-šum* 4-*at* sağ *na-sà-ḫu qa-bu-ku i-na* 4 1 zi 3 *ta-mar*
9. igi 4 *pu-*⟨*ṭú-úr*⟩ 15 *ta-mar* 15 *a-na* 3 *i-ší* 45 *ta-*⟨*mar*⟩ 45 *ki-ma* [sağ]
10. 1 *ki-ma* uš ğar 20 gi.na sağ *le-qé* 20 *a-na* 1 *i-ší* 20 *ta-mar*
11. 20 *a-na* 45 *i-ší* 15 *ta-mar* 15 *i-na* $^{30}{}_{15}$ [zi]
12. 30 *ta-mar* 30 uš

VAT 7532

Face

1. sağ.ki.gud gi kid gi *e*[*l-qé-ma i-na š*]*u-u*[*l*]*-m*[*i*]*-šu*
2. 1 *šu-ši* uš *al-li-i*[*k* igi 6 ğá]l
3. *iḫ-ḫa-as-ba-an-ni-ma* 1,12 *a-na* u[š] *ú-r*[*i*]*-id-di*
4. *a-tu-úr* igi 3 ğál *ù* $\frac{1}{3}$ kùš *iḫ*[*-ḫa-aṣ-ba-a*]*n-ni-ma*
5. 3 *šu-ši* sağ an.na *al-li-*[*ik*]
6. *ša iḫ-ḫa-aṣ-ba-an-ni ú-te-er-šum-*[*m*]*a*
7. 36 sağ *al-li-ik* 1(bùr)^{iku} a.šà sağ gi en.nam
8. za.e kìd.da.zu.dè gi *ša la ti-du-ú*
9. 1 ḫé.ğar igi 6 ğál-*šu ḫu-ṣú-ub-ma* 50 *te-zi-ib*
10. igi 50 du$_8$*-ma* 1,12 *a-na* 1 *šu-ši* nim-*ma*
11. 1,12 *a-na* ⟨1,12⟩ daḫ-*ma* 2,24 uš lul in.sum.
12. gi *ša la ti-du-ú* 1 ḫé.ğar igi 3 ğál-*šu ḫu-ṣú-ub*
13. 40 *a-na* 3 *šu-ši ša* sağ an.na nim-*ma*
14. 2 in.sum 2 *ù* 36 sağ ki.ta ğar.ğar
15. 2,36 *a-na* 2,24 uš lul nim 6,14,24 a.šà lul
16. a.šà *a-na* 2 ^{e}tab 1 *a-na* 6,14,24 [n]im

17. 6,14,24 in.sum *ù* $\frac{1}{3}$ kùš *ša iḫ-h[a-aṣ]-bu*
18. *a-na* 3 *šu-ši* nim-*ma* 5 *a-na* 2,24 uš lul
19. [n]im-*ma* 12 $\frac{1}{2}$ 12 gaz 6 du$_7$.du$_7$

Revers

1. 36 *a-na* 6,14,24 daḫ-*ma* 6,15 in.sum
2. 6,15.e 2,30 íb.si$_8$ 6 *ša te-zi-bu*
3. *a-na* 2,30 daḫ 2,36 in.sum igi 6,14,24
4. a.šà lul nu.du$_8$ *mi-nam a-na* 6,14,24
5. ḫé.ĝar *ša* 2,36 in.sum 25 ḫe.ĝar
6. *aš-šum* igi 6 ĝál *re-ša-am iḫ-ḫa-as-bu*
7. 6 *lu-pu-ut-ma* 1 *šu-ut-bi* 5 *te-zi-ib*
8. ⟨igi 5 du$_8$-*ma* 12 *a-na* 25 nim 5 in.sum⟩ 5 *a-na* 25 daḫ-*ma* $\frac{1}{2}$ nindan saĝ gi in.sum

VAT 8389 n° 1

Face I

1. *i-na* bùr^{iku} 4 še.gur *am-ku-us*
2. *i-na* bùr^{iku} *ša-ni[-im]* 3 še.gur *am-[ku-us]*
3. *še-um* ugu *še-im* 8,20 *i-ter*
4. garim^{ia} ĝar.ĝar-*ma* 30
5. garim$^{ú-a}$ en.nam
6. 30 *bu-ra-am* ĝar.ra 20 *še-am ša im-ku-sú* ĝar.ra
7. 30 *bu-r[a-a]m ša-ni-am* ĝar.ra
8. [1]5 *š[e-am š]a im-ku-sú*
9. [8],20 *[š]a še-um* ugu *še-im i-te-ru* ĝar.ra
10. *ù* 30 *ku-mur-ri* a.šà garim.meš ĝar.ra-*ma*
11. 30 *ku-mur-ri* a.šà garim.meš
12. *a-na ši-na ḫe-pé-ma* 15
13. 15 *ù* 15 *a-di si-ni-šu* ĝar.ra-*ma*
14. igi 30 *bu-ri-i[m p]u-ṭur-ma* 2
15. 2 *a-na* 20 *š[e š]a im-ku-su*
16. íl 40 *še-um* l[ul] *a-na* 15 *[š]a a-d[i] ši-ni-šu*
16a. *ta-aš-ku-nu*
17. íl 10 *re-eš-ka [l]i-ki-il*
18. igi 30 *bu-ri-im ša-ni-i[m] pu-ṭur-ma* 2

19. 2 *a-na* 15 *še-im ša im-ku-sú*
20. íl 30 *še-um* lul *a-na* 15 *ša a-di ši-ni-šu*
20a. *ta-aš-ku-nu* íl 7,30
21. 10 *ša re-eš-ka ú-ka-lu*
22. ugu 7,30 *mi-nam i-ter* 2,30 *i-ter*
23. 2,30 *ša i-te-ru i-na* 8,20
24. *ša še-um* ugu *še-im i-te-ru*

Face II

1. *ú-sú-uḫ-ma* 5,50 *te-zi-ib*
2. 5,50 *ša te-zi-bu*
3. *re-eš-ka li-ki-il*
4. 40 *ta-ki-i[r-tam] ù* 30 *[ta-ki-ir⌞-tam*
5. ĝar.ĝar-*ma* 1,10 *i-gi-a-a[m ú-ul i-de]*
6. *mi-nam a-na* 1,10 *lu-uš-ku-[un]*
7. *ša* 5,50 *ša re-eš-ka ú-ka-lu i-na-di-nam*
8. 5 ĝar.ra 5 *a-na* 1,10 íl
9. 5,50 *[i]t-ta-di[-k]um*
10. 5 *ša [ta-aš]-ku-nu i-na* 15 *ša ⌞a-di⌟ ši-ni-šu*
11. *ta-aš-ku-nu i-na i[š]-te-en ú-sú-uḫ*
12. *a-na iš-te-en ṣí-im-ma*
13. *iš-te-en* 20 *ša-nu-um* 10
14. 20 a.šà garim *iš-te-at* 10 a.šà garim *ša-ni-tim*
15. *šum-ma* 20 a.šà garim *iš-te-at*
16. 10 a.šà garim *ša-ni-tim še-ú-ši-n[a]* en.nam
17. igi 30 *bu-ri-im pu-ṭur-ma* 2
18. 2 *a-na* 20 *še-im ša im-ku-s[ú]*
19. íl 40 *a-na* 20 a.šà garim *i[š-te-at]*
20. íl 13,20 *še-um ša* 20 [a.šà garim]
21. igi 30 *bu-ri-im ša-ni[-im pu-ṭur-m]a* 2
22. 2 *a-na* 15 *še[-im ša im-ku-sú* í]l 30
23. 30 *a-na* 10 a[.šà garim *ša-ni-tim*]
24. íl ⌞5⌟ *še-[u]m [ša* 10 a.šà garim *ša-ni-tim*]
25. 13,20 *[še-um* ¿*ša*/a.šà$^?$ garim *iš-te-at*]
26. ugu [5] *še[-im* ¿*ša*/a.šà$^?$ garim *ša-ni-tim*]
27. *mi-nam i-ter* [8,20 *i-ter*]

VAT 8390 nº 1

Face I

1. [uš *ù* sağ] *uš-ta-ki-il-ma* 10 a.šà
2. [uš *a*]*-na ra-ma-ni-šu uš-ta-ki-il-ma*
3. [a.šà] *ab-ni*
4. [*ma*]*-la* uš ugu sağ *i-te-ru*
5. *uš-ta-ki-il a-na* 9 *e-ṣi-im-ma*
6. *ki-ma* a.šà*-ma ša* uš *i-na ra-ma-ni-šu*
7. *uš-t*[*a*]*-ki-lu*
8. uš *ù* sağ en.nam
9. 10 a.šà ğar.ra
10. *ù* 9 *ša i-ṣi-pu* ğar.ra*-ma*
11. íb.si₈ 9 *ša i-ṣi-pu* en.nam 3
12. 3 *a-na* uš ğar.ra
13. 3 *a-n*[*a* s]ağ ğar.ra
14. *aš-šum ma-*[*la* uš] ugu sağ *i-te-ru*
15. *uš-ta-k*[*i-il*] *iq-bu-ú*
16. 1 *i-na* ⌊3 *ša a-n*]*a* sağ *ta-aš-ku-nu*
17. *ú-*[*sú-uḫ-m*]*a* 2 *te-zi-ib*
18. 2 *ša t*[*e-z*]*i-bu a-na* sağ ğar.ra
19. 3 *ša a-na* uš *ta-aš-ku-nu*
20. *a-na* 2 *ša* ⟨*a-na*⟩ sağ *ta-aš-ku-nu* íl 6
21. igi 6 *pu-tur-ma* 10
22. 10 *a-na* 10 a.šà íl 1,40
23. íb.si₈ 1,40 en.nam 10

Face II

1. 10 *a-na* 3 *š*[*a a-na* uš *ta-aš-ku-nu*]
2. íl 30 uš
3. 10 *a-na* 2 *ša a-na* sağ *ta-aš*[*ku-nu*]
4. íl 20 sağ
5. *šum-ma* 30 uš 20 sağ
6. a.šà en.nam
7. 30 uš *a-na* 20 sağ íl 10 a.sà
8. 30 uš *it-ti* 30 *šu-ta-ki-il-ma* 15
9. 30 uš ugu 20 sağ *mi-nam i-ter* 10 *i-ter*
10. 10 *it-ti* [10 *šu*]*-ta-ki-il-ma* 1,40
11. 1,40 *a-na* 9 *e-ṣi-im-ma* 15 a.šà

12. 15 a.šà *ki-ma* 15 a.šà *ša* uš
13. *i-na ra-ma-ni-šu uš-ta-ki-la*

VAT 8512

Face

1. [¿sağ.dú 30 sağ *i-na li-ib-bi ši-it-ta*? *t*]*a-wi-ra-tum*
2. [¿...? a.šà an.ta ugu a.šà] ki.ta 7 *i-tir*
3. *m*[*u-tar-ri-tum* ki.ta ugu *mu-tar-ri-tim*] an.ta 20 *i-tir*
4. *mu-tar-ri-d*[*a*]*-*⌈*tum ù pi-i-i*]*r-kum mi-nu-*[*u*]*m*
5. *ù* a.š[a] *ši-it*[*-ta ta-wi*]*-ra-tum mi-nu-u*[*m*]
6. *at-ta* 30 sağ ğar.ra 7 *ša* a.šà an.ta ugu a.šà ki.ta *i-te-ru* ğar.ra
7. *ù* 20 *ša mu-tar-ri-t*[*um* k]i.ta ugu *mu-tar-ri-tim* an.ta *i-te-ru* ğ[ar.r]a
8. igi 20 *ša mu-tar-ri-tum* ki.ta ugu *mu-tar-ri-tim* an.ta *i-te-ru*
9. *pu-tur-ma* 3 *a-na* 7 *ša* a.šà an.ta ugu a.šà ki.ta *i-te-ru*
10. íl 21 *re-eš-ka li-ki-il*
11. 21 *a-na* 30 sağ *ṣi-ib-ma* 51
12. *it-ti* 51 *šu-ta-ki-il-ma* 43,21
13. 21 *ša re-eš-ka ú-ka-lu it-ti* 21
14. *šu-ta-ki-il-ma* 7,21 *a-na* 43,21 *ṣi-ib-ma* 50,42
15. 50,42 *a-na ši-na ḫe-pé-ma* 25,21
16. íb.si₈ 25,21 *mi-nu-um* 39
17. *i-na* 39 21 *ta-ki-il-tam ú-sú-uḫ-ma* 18
18. 18 *ša te-zi-bu pi-ir-kum*
19. *ma šum-ma* 18 *pi-ir-kum*
20. *mu-tar-ri-da-tum ù* a.šà *ši-i*[*t-ta ta-wi-ra-tim mi-nu-um*]
21. *at-ta* 21 *ša a-na r*[*a-ma-ni-šu tu-uš-ta-ki-lu i-na* 51]
22. *ú-sú-uḫ-ma* 30 *te-z*[*i-ib* 30 *ša te-zi-bu*]
23. *a-na ši-na ḫe-pé-ma* 1[5 *a-na* 30 *ša te-zi-bu* íl]
24. 7,30 *re-eš*[*-ka li-ki-il*]

Tranche

1. 18 *pi-i*[*r-kam it-ti* 18 *šu-ta-ki-il-ma*]
2. 5,24 [*i-na* 7,30 *ša re-eš-ka ú-ka-lu*]
3. *ú-sú-*[*u*]*ḫ-ma 2,6 te-*[*zi-ib*]

Revers

1. *mi-nam a-na* 2,6 *lu-uš*[*-ku-un*]
2. *ša* 7 *ša* a.šà [an.ta ugu] a.šà ki.ta *i-*[*te-ru*] *i-na-di-nam*
3. 3,20 ĝar.ra 3,20 *a-na* 2,6 íl 7 *it-ta-di-kum*
4. 30 sağ ugu 18 *pi-ir-ki mi-nam i-tir* 12 *i-tir*
5. 12 *a-na* 3,20 *ša ta-aš-ku-nu i-ši* 40
6. 40 *mu-tar-ri-tum* an.ta
7. *ma šum-ma* 40 *mu-tar-ri-tum* an.ta
8. a.šà an.ta *mi-nu-um at-ta* 30 sağ
9. 18 *pi-ir-kam ku-mur-ma* 48 *a-na ši-na ḫe-pé-ma* 24
10. 24 *a-na* 40 *mu-tar-ri-tim* an.ta íl 16
11. 16 a.šà an.ta *ma šum-ma* 16 a.šà an.ta
12. *mu-tar-ri-tum* ki.ta *mi-nu-um ù* a.šà ki.ta *mi-nu-um*
13. *at-ta* 40 *mu-tar-ri-tam* an.ta *a-na* 20 *ša mu-tar-ri-tum* ki.ta ugu *mu-tar-ri-tim* an.ta *i-te-ru*
14. *ṣi-ib-ma* 1 *mu-tar-ri-tum* ki.ta
15. 1[8] *pi-ir-kam a-na ši-na ḫe-pé-ma* 9
16. *a-na* 1 *mu-tar-ri-tim* ki.ta íl 9
17. 9 a.šà ki.ta

YBC 6504

Face

nº 1

1. [*ma-l*]*a* uš ugu sağ SI íb.s[i$_8$ *i-na lìb-ba* a.šà]
2. [ba.z]i*-ma* 8,20 uš ugu sağ [10 SI]
3. ⸢*i-na*⸣ *e-pe-ši-k*[*a*] 10 *tu-uš-t*[*a-kal-ma*]
4. 1,⸢40⸣ *a-na* 8,20 bí.d[aḫ*-ma* 10⸣ i[n.ĝa]r
5. šu.ri.a 10 *te-ḫe-ep-p*[*e-m*]*a* 5 in.ĝar
6. 5 *tu-uš-ta-kal-ma* 25 in.ĝar
7. 25 a.šà *a-na* 10 bí.daḫ*-ma* 10,25 in.ĝar
8. 10,25.e 25 íb.si$_8$ 5 *a-na* 25 b[í.d]aḫ*-ma*
9. 30 uš in.ĝar 5 *i-na* 25 ba.zi*-ma*
10. 20 sağ in.ĝar

nº 2

11. *ma-la* uš ugu sağ SI íb.si$_8$ *i-na lìb-ba* a.šà ba.zi*-ma*

12. 8,20 uš *ù* sağ ĝar.ĝar*-ma* 50 *i-na e-pe-ši*[*-ka*]
13. 50 *tu-uš-ta-kal-ma* 41,40 in.ĝar
14. ⸤41.40 *a-na*] 8,20 bí.daḫ*-ma* 50 in.ĝ[ar]
15. igi ⸢5 ĝá]l *ta-pa-ṭar-m*[*a* 1]2 in[.ĝar]
16. 12 *a-na* 50 *ta-na-aš-ši*[*-ma* 1]0 in.[ĝar]
17. [šu.ri⸣.a 50 *te-ḫe-ep-pe-ma* [2]5 in.[ĝar]
18. 25 *tu-uš-ta-kal*[*-ma* 10,2⸣5 in.ĝar
19. 10 *i-na* 10,2[5 ba.zi*-m*]*a* 25 in.[ĝar]
20. 25.e 5 í[b.si$_8$] 5 *a-na* 25 bí[.daḫ*-ma*]
21. 30 uš in.ĝar
22. 5 *i-na* 25 ba.zi*-ma*
23. 20 sağ in.ĝar

Revers

nº 3

1. ⸢*ma-*]*la* uš ugu ⟨sağ⟩ SI du$_7$.du$_7$ *i-na lìb-ba* a.šà ba.zi
2. 8,20 30 uš sağ.bi en.nam
3. 30 du$_7$.du$_7$*-ma* 15 in.ĝar
4. 8,20 *i-na lìb-ba* 15 ba.zi*-ma* 6,40 in.ĝar
5. šu.ri.a 30 *te-ḫe-ep-pe-ma* 15 in.ĝar
6. 15 du$_7$.du$_7$*-ma* 3,45 in.ĝar
7. 3,45 *a-na* 6,40 bí-daḫ*-ma* 10,25 in[.ĝar]
8. 10,25.e 25 íb.si$_8$ 15 *i-na* 25 ba.zi-[*ma*]
9. 10 in.ĝar 10 *i-na* 30 ba.zi*-ma*
10. 2[0 sa]ğ in.ĝar

nº 4

11. *ma-la* uš u[g]ù sağ SI du$_7$.du$_7$ *i-na* a.šà ba.z[i$^?$*-ma*$^?$]
12. 8,20 20 sağ uš.bi en.nam
13. 20 du$_7$.du$_7$*-ma* 6,40 in.ĝar
14. 6,⸤40 *a*⸣*-na* 8,20 bí.daḫ*-ma* 15 in.ĝar
15. 15.e 30 íb.si$_8$ 30 uš in.ĝar

YBC 6967

Face

1. [igi.b]i *e-li* igi 7 *i-ter*
2. [igi] *ù* igi.bi *mi-nu-um*

3. *a*[*t-t*]*a* 7 *ša* igi.bi
4. ugu igi *i-te-ru*
5. *a-na ši-na ḫe-pé-ma* 3,30
6. 3,30 *it-ti* 3,30
7. *šu-ta-ki-il-ma* 12,15
8. *a-na* 12,15 *ša i-li-kum*
9. [1 a.ša$^{!}$]$^{a\text{-}am}$ *ṣí-ib-ma* 1,12,15
10. [íb.si$_8$ 1],12,15 *mi-nu-um* 8,30
11. [8,30 *ù*] 8,30 *me-ḫe-er-šu i-di-ma*

Revers

1. 3,30 *ta-ki-il-tam*
2. *i-na iš-te-en ú-su-uḫ*
3. *a-na iš-te-en ṣí-ib*
4. *iš-te-en 12 ša-nu-um* 5
5. 12 igi.bi 5 *i-gu-um*

Notes bibliographiques

La majorité des textes mathématiques babyloniens connus sont publiés (avec traduction allemande) dans :

Otto Neugebauer, *Mathematische Keilschrift-texte*. I-III. (Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik. Abteilung A : Quellen. 3. Band, erster-dritter Teil). Berlin : Julius Springer, 1935, 1935, 1937. Nouvelle impression Berlin etc. : Springer, 1973,

et (avec traduction française) dans

François Thureau-Dangin, *Textes mathématiques babyloniens*. (Ex Oriente Lux, Deel 1). Leiden : Brill, 1938.

Les textes de BM 13901, AO 8862, VAT 7532, YBC 6504, VAT 8512, VAT 8520, BM 85200 + VAT 6599, BM 15285, VAT 8389, VAT 8390 et Str 368 se trouvent dans l'un comme dans l'autre[53]. L'édition de Neugebauer contient un commentaire très substantiel, celui de Thureau-Dangin (qui voulait faire une édition économiquement accessible) seulement une introduction générale.

D'autres textes se trouvent dans :

Otto Neugebauer & Abraham Sachs, *Mathematical Cuneiform Texts*. (American Oriental Series, vol. 29). New Haven, Connecticut : American Oriental Society, 1945.

Le texte YBC 6967 vient de cet ouvrage.

Tous les textes avec le sigle TMS viennent de :

Evert M. Bruins & Marguerite Rutten, *Textes mathématiques de Suse*. (Mémoires de la Mission Archéologique en Iran, XXXIV). Paris : Paul Geuthner, 1961.

---

[53] Pourtant, les volumes de Neugebauer et de Thureau-Dangin ne contiennent de BM 15285 que le fragment principal de la tablette. Une nouvelle édition, basée sur les trois fragments connus aujourd'hui, se trouve dans Eleanor Robson, *Mesopotamian Mathematics 2100–1600 BC. Technical Constants in Bureaucracy and Education*. (Oxford Editions of Cuneiform Texts, 14). Oxford: Clarendon Press, 1999.

Le texte Db_2-146 provient d'une publication de revue :

Taha Baqir, « Tell Dhiba'i : New Mathematical Texts ». *Sumer* **18** (1962), 11–14, pl. 1–3.

Les éditions de Neugebauer et Thureau-Dangin sont solides et fiables, leurs commentaires aussi. En utilisant les *Mathematische Keilschrift-Texte* de Neugebauer, on doit toutefois consulter les listes de corrections qui se trouvent dans les volumes II et III – un travail de pionnier n'évite pas de faire des hypothèses et de proposer des interprétations qui doivent être corrigées par la suite. Il va de soi que les commentaires sont basés sur l'interprétation arithmétique des textes algébriques, les pères de cette interprétation étant précisément Neugebauer et Thureau-Dangin.

L'édition des textes de Suse est beaucoup moins fiable. Les traductions françaises et le commentaire mathématique sont, dans le pire sens du mot, les fruits de l'imagination. Même la traduction des logogrammes en akkadien syllabique est pleine d'erreurs – par exemple, le logogramme pour « ajouter » est traduit par le mot akkadien pour « empiler ». Tout doit être contrôlé directement sur la copie du texte cunéiforme. (En d'autres termes : l'édition est presque inutilisable pour les non-spécialistes, même pour les historiens des mathématiques qui ne comprennent pas très bien la tradition babylonienne ; plusieurs histoires générales des mathématiques ou de l'algèbre contiennent des blagues ahurissantes venant du commentaire de Bruins.)

La base de tout ce qu'il y a de nouveau, par rapport aux éditions originales, dans le livre présent – interprétation géométrique, rapport entre école et traditions des praticiens, développement historique, etc. – est exposé en détail dans :

Jens Høyrup, *Lengths, Widths, Surfaces : A Portrait of Old Babylonian Algebra and Its Kin.* (Studies and Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences). New York : Springer, 2002.

Dans ce volume, on trouvera aussi une édition de presque tous les textes présentés ici (à l'exception de TMS XVI n° 2, Str 368 et VAT 8520 n° 1) avec traduction interlinéaire en anglais. De grands extraits se trouvent (au moins jusqu'à nouvel ordre) sur Google Books.

Index

Achevé d'imprimer en août 2010 par EMD S.A.S. (France)
N° éditeur : 2010/511 - Dépôt légal : août 2010
N° d'imprimeur : 23630